

## Вы и так знаете на какую тему этот листок.

1. Есть  $m$  болельщиков: некоторые из них (возможно, все или никто) болеют за «Спартак», а остальные – за «Динамо». Разрешается спросить у любых двоих, болеют ли они за разные команды, и они честно ответят «да» или «нет». Требуется посадить болельщиков в два автобуса так, чтобы в каждом были болельщики только одной команды. За какое минимальное количество вопросов это наверняка можно сделать?
2. В классе 30 человек. За месяц было 29 дежурств, в каждом дежурила пара учеников. Докажите, что можно так выставить всем ученикам класса по одной оценке по 5-бальной шкале, что будет выставлена хотя бы одна пятерка, и в каждой паре дежуривших сумма оценок будет равна 8
3. Тетрадный лист раскрасили в 23 цвета по клеткам (при этом все цвета присутствуют). Пара цветов называется хорошей, если найдутся две соседние клетки, закрашенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?
4. Докажите, что хотя бы одна из граней выпуклого многогранника имеет не более пяти сторон.
5. 10 кружковцев образовали дежурную команду для решения домашних задач. В команде всегда не менее 3 человек. Каждый вечер в команду добавляется один человек либо из неё исключается один человек. Можно ли будет перебрать все допустимые составы команды ровно по одному разу?
6. В государстве 2001 город, некоторые (но не все!) пары городов соединены беспосадочными авиалиниями, причем из любого города можно долететь до любого другого. Докажите, что министерство авиации может открыть новую авиалинию между какими-то двумя городами, так, что после этого из любого города в любой другой можно будет долететь, сделав менее 1400 пересадок.
7. Каждая грань кубика разбита на 4 квадрата. Некоторые стороны этих квадратов раскрасили в красный цвет — всего 26 сторон. Докажите, что на поверхности кубика найдется замкнутая ломаная из красных отрезков.
8. В стране Альфия 150 городов, некоторые из которых соединены железнодорожными экспрессами, не останавливающимися на промежуточных станциях. Известно, что любые четыре города можно разбить на две пары так, что между городами каждой пары курсирует экспресс. Какое наименьшее число пар городов соединено экспрессами?
9. В деревне Сосновка 240 жителей, некоторые люди знакомы друг с другом, а некоторые - нет. Известно, что любых пятерых жителей можно посадить за круглый стол так, что каждый из них будет знаком с обоими своими соседями. Какое наименьшее число пар знакомы  $x$  жителей может быть в Сосновке?
10. На острове рыцарей и лжецов есть 1001 поселок, соединенные 1000 дорогами так, что от каждого города можно добраться до каждого. В каждом поселке жители только одного из типов. Жители каждого поселка сделали 2 утверждения:
  1. Наш поселок соединен хотя бы с 3 другими поселками.
  2. Наш поселок соединен хотя бы с 2 поселками лжецов.Какое наименьшее количество поселков с лжецами может быть на острове?

## Вы и так знаете на какую тему этот листок.

1. Есть  $m$  болельщиков: некоторые из них (возможно, все или никто) болеют за «Спартак», а остальные – за «Динамо». Разрешается спросить у любых двоих, болеют ли они за разные команды, и они честно ответят «да» или «нет». Требуется посадить болельщиков в два автобуса так, чтобы в каждом были болельщики только одной команды. За какое минимальное количество вопросов это наверняка можно сделать?
2. В классе 30 человек. За месяц было 29 дежурств, в каждом дежурила пара учеников. Докажите, что можно так выставить всем ученикам класса по одной оценке по 5-бальной шкале, что будет выставлена хотя бы одна пятерка, и в каждой паре дежуривших сумма оценок будет равна 8
3. Тетрадный лист раскрасили в 23 цвета по клеткам (при этом все цвета присутствуют). Пара цветов называется хорошей, если найдутся две соседние клетки, закрашенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?
4. Докажите, что хотя бы одна из граней выпуклого многогранника имеет не более пяти сторон.
5. 10 кружковцев образовали дежурную команду для решения домашних задач. В команде всегда не менее 3 человек. Каждый вечер в команду добавляется один человек либо из неё исключается один человек. Можно ли будет перебрать все допустимые составы команды ровно по одному разу?
6. В государстве 2001 город, некоторые (но не все!) пары городов соединены беспосадочными авиалиниями, причем из любого города можно долететь до любого другого. Докажите, что министерство авиации может открыть новую авиалинию между какими-то двумя городами, так, что после этого из любого города в любой другой можно будет долететь, сделав менее 1400 пересадок.
7. Каждая грань кубика разбита на 4 квадрата. Некоторые стороны этих квадратов раскрасили в красный цвет — всего 26 сторон. Докажите, что на поверхности кубика найдется замкнутая ломаная из красных отрезков.
8. В стране Альфия 150 городов, некоторые из которых соединены железнодорожными экспрессами, не останавливающимися на промежуточных станциях. Известно, что любые четыре города можно разбить на две пары так, что между городами каждой пары курсирует экспресс. Какое наименьшее число пар городов соединено экспрессами?
9. В деревне Сосновка 240 жителей, некоторые люди знакомы друг с другом, а некоторые - нет. Известно, что любых пятерых жителей можно посадить за круглый стол так, что каждый из них будет знаком с обоими своими соседями. Какое наименьшее число пар знакомы  $x$  жителей может быть в Сосновке?
10. На острове рыцарей и лжецов есть 1001 поселок, соединенные 1000 дорогами так, что от каждого города можно добраться до каждого. В каждом поселке жители только одного из типов. Жители каждого поселка сделали 2 утверждения:
  1. Наш поселок соединен хотя бы с 3 другими поселками.
  2. Наш поселок соединен хотя бы с 2 поселками лжецов.Какое наименьшее количество поселков с лжецами может быть на острове?