

## Равнобедренный треугольник.

1. Медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  перпендикулярна его биссектрисе  $BK$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 10$ .
2. На сторонах  $AC$  и  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  построены внешним образом равнобедренные прямоугольные треугольники  $ACN$  и  $BCM$  с прямыми углами при вершинах  $A$  и  $C$  соответственно. Докажите, что  $\angle MBN = 90^\circ$ .
3. а) На соседних сторонах квадрата  $ABCD$  во внешнюю сторону построены правильные треугольники  $LCB$  и  $KCD$ . Доказать, что треугольник  $KLA$  правильный.  
б) На диагонали  $AC$  построили ещё один правильный треугольник  $ACM$ , внутри которого лежит точка  $D$ . Докажите, что  $MK$  равно стороне квадрата.
4. Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ . Известно, что  $\angle CAD = \angle DBA = 40^\circ$ ,  $\angle CAB = 60^\circ$ ,  $\angle CBD = 20^\circ$ . Найдите угол  $CDB$ .
5. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $\angle BCA = 40^\circ$  и  $\angle BAC = 80^\circ$ . На стороне  $AC$  отмечена точка  $K$ , а на стороне  $BC$  — точка  $L$  так, что  $\angle KBC = 10^\circ$  и  $\angle LAC = 20^\circ$ . Найдите величину угла  $ALK$ .
6. Пусть  $AF$  — медиана треугольника  $ABC$ ,  $D$  — середина отрезка  $AF$ ,  $E$  — точка пересечения прямой  $CD$  со стороной  $AB$ . Оказалось, что  $BD = BF$ . Докажите, что  $AE = DE$ .
7. От вершины  $B$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AC$ , отложены равные отрезки:  $BA_1$  на стороне  $BA$ , и  $BC_1$  на стороне  $BC$ . Отрезки  $AC_1$  и  $CA_1$  пересекаются в точке  $D$ . Докажите, что  $BD$  — биссектриса угла  $B$ .
8. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $20^\circ$ , угол  $C$  равен  $40^\circ$ . Биссектриса  $AD$  равна 2. Найдите разность  $BC - AB$ .
9. Угол при вершине  $B$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равен  $108^\circ$ . Перпендикуляр к биссектрисе  $AD$  этого треугольника, проходящий через точку  $D$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $E$ . Докажите, что  $DE = BD$ .
10. В шестиугольнике  $ABCDEF$  все стороны равны и все углы равны. На прямой  $AF$  взята точка  $X$  так, что  $\angle XCD = 45^\circ$ . Найдите угол  $FXE$ .

### Домашнее задание.

1. а) На стороне квадрата  $ABCD$  внутрь построили равнобедренный треугольник  $AED$ . Диагональ  $AC$  пересекает его сторону  $ED$  в точке  $F$ . Докажите, что треугольник  $CEF$  равнобедренный.  
б) На стороне квадрата  $ABCD$  внутрь построили равнобедренный треугольник  $AED$  и наружу построили равнобедренный треугольник  $CFD$ . Докажите, что точки  $B, E, F$  лежат на одной прямой.

## Равнобедренный треугольник.

1. Медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  перпендикулярна его биссектрисе  $BK$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 10$ .
2. На сторонах  $AC$  и  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  построены внешним образом равнобедренные прямоугольные треугольники  $ACN$  и  $BCM$  с прямыми углами при вершинах  $A$  и  $C$  соответственно. Докажите, что  $\angle MBN = 90^\circ$ .
3. а) На соседних сторонах квадрата  $ABCD$  во внешнюю сторону построены правильные треугольники  $LCB$  и  $KCD$ . Доказать, что треугольник  $KLA$  правильный.  
б) На диагонали  $AC$  построили ещё один правильный треугольник  $ACM$ , внутри которого лежит точка  $D$ . Докажите, что  $MK$  равно стороне квадрата.
4. Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ . Известно, что  $\angle CAD = \angle DBA = 40^\circ$ ,  $\angle CAB = 60^\circ$ ,  $\angle CBD = 20^\circ$ . Найдите угол  $CDB$ .
5. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $\angle BCA = 40^\circ$  и  $\angle BAC = 80^\circ$ . На стороне  $AC$  отмечена точка  $K$ , а на стороне  $BC$  — точка  $L$  так, что  $\angle KBC = 10^\circ$  и  $\angle LAC = 20^\circ$ . Найдите величину угла  $ALK$ .
6. Пусть  $AF$  — медиана треугольника  $ABC$ ,  $D$  — середина отрезка  $AF$ ,  $E$  — точка пересечения прямой  $CD$  со стороной  $AB$ . Оказалось, что  $BD = BF$ . Докажите, что  $AE = DE$ .
7. От вершины  $B$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AC$ , отложены равные отрезки:  $BA_1$  на стороне  $BA$ , и  $BC_1$  на стороне  $BC$ . Отрезки  $AC_1$  и  $CA_1$  пересекаются в точке  $D$ . Докажите, что  $BD$  — биссектриса угла  $B$ .
8. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $20^\circ$ , угол  $C$  равен  $40^\circ$ . Биссектриса  $AD$  равна 2. Найдите разность  $BC - AB$ .
9. Угол при вершине  $B$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равен  $108^\circ$ . Перпендикуляр к биссектрисе  $AD$  этого треугольника, проходящий через точку  $D$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $E$ . Докажите, что  $DE = BD$ .
10. В шестиугольнике  $ABCDEF$  все стороны равны и все углы равны. На прямой  $AF$  взята точка  $X$  так, что  $\angle XCD = 45^\circ$ . Найдите угол  $FXE$ .

### Домашнее задание.

1. а) На стороне квадрата  $ABCD$  внутрь построили равнобедренный треугольник  $AED$ . Диагональ  $AC$  пересекает его сторону  $ED$  в точке  $F$ . Докажите, что треугольник  $CEF$  равнобедренный.  
б) На стороне квадрата  $ABCD$  внутрь построили равнобедренный треугольник  $AED$  и наружу построили равнобедренный треугольник  $CFD$ . Докажите, что точки  $B, E, F$  лежат на одной прямой.