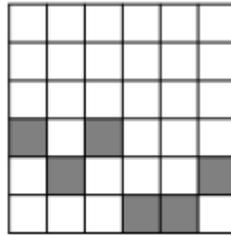
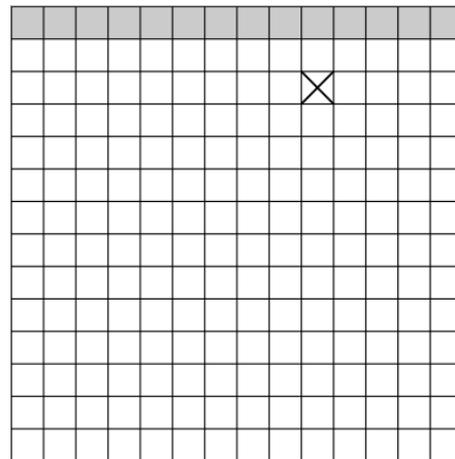


Процессы и алгоритмы

1. В квадрате закрашена часть клеток, как показано на рисунке. Разрешается перегнуть квадрат по любой линии сетки, а затем разогнуть обратно. Клетки, которые при перегибании совмещаются с закрашенными, тоже закрашиваются. Можно ли закрасить весь квадрат: а) за 5 или менее; б) за 4 или менее; в) за 3 или менее таких перегибания? (Если да, впишите в каждую клетку номер сгибания, после которого она будет закрашена впервые, линию сгиба проведите и пометьте той же цифрой. Если нет, докажите это.)



2. Все клетки верхнего ряда квадрата 14×14 заполнены водой, а в одной клетке лежит мешок с песком (см. рис.). За один ход Вася может положить мешки с песком в любые 3 не занятые водой клетки, после чего вода заполняет каждую из тех клеток, которые граничат с водой (по стороне), если в этой клетке нет мешка с песком. Ходы продолжаются, пока вода может заполнять новые клетки. Как действовать Васе, чтобы в итоге вода заполнила как можно меньше клеток



3. Имеется набор из двух карточек: 1 и 2. За одну операцию разрешается составить выражение, использующее числа на карточках, арифметические действия, скобки. Если его значение — целое неотрицательное число, то его выдают на новой карточке. (Например, имея 3, 5 и 7, можно составить выражение $75/3$ и получить карточку 25 или составить выражение 35 и получить карточку 35.) Как получить карточку с числом 2015 а) за 4 операции; б) за 3 операции?
4. Победив Кощея, потребовал Иван золота, чтобы выкупить Василису у разбойников. Привел его Кощей в пещеру и сказал: «В сундуке лежат золотые слитки. Но просто так их унести нельзя: они заколдованы. Переложи себе в суму один или несколько. Потом я переложу из сумы в сундук один или несколько, но обязательно другое число. Так мы будем по очереди пере- кладывать их: ты в суму, я в сундук, каждый раз новое число. Когда новое перекладывание станет невозможным, сможешь унести свою суму со слитками». Какое наибольшее число слитков может

унести Иван, как бы ни действовал Кощей, если в сундуке исходно лежит а) 13; б) 14 золотых слитков? Как ему это сделать?

5. Кощей Бессмертный взял в плен 43 человека и увёз их на остров. Отправился Иван-Царевич на двухместной лодке выручать их. А Кощей ему и говорит: — Надоело мне этих дармоедов кормить, пусть плывут отсюда на твоей лодке подбрюпоздорову. Имей в виду: с острова на берег доплыть можно только вдвоём, а обратно и один справится. Перед переправой я скажу каждому не менее чем про 40 других пленников, что это оборотни. Кому про кого скажу, сам выберешь. Если пленник про кого-то слышал, что тот оборотень, он с ним в лодку не сядет, а на берегу находиться сможет. Я заколдую их так, чтобы на суше они молчали, зато в лодке рассказывали друг другу про всех известных им оборотней. Пока хоть один пленник остаётся на острове, тебе с ними плавать нельзя. Лишь когда все 43 окажутся на том берегу, одному из них можно будет за тобой приплыть. А коли не сумеешь устроить им переправу — останешься у меня навсегда. Есть ли у Ивана способ пройти испытание и вернуться с пленниками домой?
6. В ряд лежат 100 монет, часть — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. За одну операцию разрешается выбрать семь монет, лежащих через равные промежутки (т.е. семь монет, лежащих подряд, или семь монет, лежащих через одну, и т.д.), и все семь монет перевернуть. Докажите, что при помощи таких операций можно все монеты положить вверх орлом.