Графы. Разные задачи.

1. Имеется группа островов, соединённых мостами так, что от каждого острова можно добраться до любого другого. Турист обошёл все острова, пройдя по каждому мосту ровно один раз. На острове Троекратном он побывал трижды. Сколько мостов ведёт с Троекратного, если турист
   а) не с него начал и не на нём закончил?
   б) с него начал, но не на нём закончил?
   в) с него начал и на нём закончил?
2. Из доски 4×4 вырезаны все угловые клетки. Может ли шахматный конь обойти всю доску и вернуться на исходную клетку, побывав в каждой клетке ровно один раз?
3. Докажите, что если в двудольном графе степени всех вершин одинаковы, то вершин каждого цвета поровну.
4. Петр, пробираясь огородами до Никиты, сделал себе москитную сетку, в которой ровно 100 узелков, и любые два узелка соединены ниточкой. Сколько ниточек потратил Петр на это бесполезное занятие?
5. В доме отдыха 2019 корпусов. Пьяный электрик Вася решил соединить телефонными проводами каждый корпус ровно с пятью другими. Сможет ли он это сделать?
6. Можно ли сетку, состоящую из границ единичных квадратиков клетчатого квадрата 4×4 представить в виде объединения
   а) восьми ломаных длиной 5;
   б) пяти ломаных длиной 8?
7. В турнире участвовали 50 шахматистов. В некоторый момент турнира была сыграна 61 партия, причем каждый участник сыграл либо две партии, либо три (и никто не играл друг с другом дважды). Могло ли оказаться так, что никакие два шахматиста, сыгравшие по три партии, не играли между собой?
8. Можно ли на окружности расположить числа 0, 1, 2, …, 9 так, чтобы любые два соседних числа отличались на 3, 4 или 5?
9. Докажите, что граф с n вершинами, степень каждой из которых не менее $\frac{n-1}{2}$, связен.
10. В графе n вершин.
    а) Сколько минимум в нем может быть ребер, чтобы он был связен?
    б) Сколько максимум в нем может быть ребер, чтобы он был не связен?

Графы. Разные задачи.

1. Имеется группа островов, соединённых мостами так, что от каждого острова можно добраться до любого другого. Турист обошёл все острова, пройдя по каждому мосту ровно один раз. На острове Троекратном он побывал трижды. Сколько мостов ведёт с Троекратного, если турист
   а) не с него начал и не на нём закончил?
   б) с него начал, но не на нём закончил?
   в) с него начал и на нём закончил?
2. Из доски 4×4 вырезаны все угловые клетки. Может ли шахматный конь обойти всю доску и вернуться на исходную клетку, побывав в каждой клетке ровно один раз?
3. Докажите, что если в двудольном графе степени всех вершин одинаковы, то вершин каждого цвета поровну.
4. Петр, пробираясь огородами до Никиты, сделал себе москитную сетку, в которой ровно 100 узелков, и любые два узелка соединены ниточкой. Сколько ниточек потратил Петр на это бесполезное занятие?
5. В доме отдыха 2019 корпусов. Пьяный электрик Вася решил соединить телефонными проводами каждый корпус ровно с пятью другими. Сможет ли он это сделать?
6. Можно ли сетку, состоящую из границ единичных квадратиков клетчатого квадрата 4×4 представить в виде объединения
   а) восьми ломаных длиной 5;
   б) пяти ломаных длиной 8?
7. В турнире участвовали 50 шахматистов. В некоторый момент турнира была сыграна 61 партия, причем каждый участник сыграл либо две партии, либо три (и никто не играл друг с другом дважды). Могло ли оказаться так, что никакие два шахматиста, сыгравшие по три партии, не играли между собой?
8. Можно ли на окружности расположить числа 0, 1, 2, …, 9 так, чтобы любые два соседних числа отличались на 3, 4 или 5?
9. Докажите, что граф с n вершинами, степень каждой из которых не менее $\frac{n-1}{2}$, связен.
10. В графе n вершин.
    а) Сколько минимум в нем может быть ребер, чтобы он был связен?
    б) Сколько максимум в нем может быть ребер, чтобы он был не связен?