

Делимость. Разное.

1. Найдите два числа, идущих подряд, у первого из которых сумма цифр равна 8, а второе делится на 8.
2. Докажите, что $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q)$ делится на 24, если p и q простые числа, большие 3.
3. Доказать, что квадрат любого простого числа $p > 3$ при делении на 12 даёт в остатке 1.
4. а) Докажите, что у любого числа вида $4k + 3$, есть простой множитель такого же вида.
б) Докажите, что множество простых чисел вида $p = 4k + 3$ бесконечно.
5. Из чисел 1, 2, 3, ..., 2021 выбрать наибольшее количество чисел так, чтобы разность любых двух выбранных чисел не была простым числом.
6. p и q - последовательные простые числа, большие двух. Докажите, что $p + q$ можно разложить в произведение 3 чисел, больших единицы.
7. Существует следующий способ проверить, делится ли данное число N на 19:
 - 1) отбрасываем последнюю цифру у числа N ;
 - 2) прибавляем к полученному числу произведение отброшенной цифры на 2;
 - 3) с полученным числом проделываем операции 1) и 2) до тех пор, пока не останется число, меньшее или равное 19.
 - 4) если остается 19, то 19 делится на N , в противном случае N не делится на 19.Докажите справедливость этого признака делимости.
8. Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ними число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте написано число 37, а на втором 1?
9. p , $4p^2 + 1$ и $6p^2 + 1$ – простые числа. Найдите все такие p .
10. Стозначное число n назовем необычным, если десятичная запись числа n^3 заканчивается на n , а десятичная запись числа n^2 не заканчивается на n . Докажите, что существует не менее двух стозначных необычных чисел.
11. Какое наибольшее количество из натуральных чисел, не превосходящих $2n$, можно выбрать так, чтобы ни одно из них не делилось на другое?

Домашнее задание

12. p и $8p^2 + 1$ – простые числа. Найдите p .
13. Докажите, что простых чисел, дающих остаток 2 при делении на 3, бесконечно много.

Делимость. Разное.

1. Найдите два числа, идущих подряд, у первого из которых сумма цифр равна 8, а второе делится на 8.
2. Докажите, что $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q)$ делится на 24, если p и q простые числа, большие 3.
3. Доказать, что квадрат любого простого числа $p > 3$ при делении на 12 даёт в остатке 1.
4. а) Докажите, что у любого числа вида $4k + 3$, есть простой множитель такого же вида.
б) Докажите, что множество простых чисел вида $p = 4k + 3$ бесконечно.
5. Из чисел 1, 2, 3, ..., 2021 выбрать наибольшее количество чисел так, чтобы разность любых двух выбранных чисел не была простым числом.
6. p и q - последовательные простые числа, большие двух. Докажите, что $p + q$ можно разложить в произведение 3 чисел, больших единицы.
7. Существует следующий способ проверить, делится ли данное число N на 19:
 - 1) отбрасываем последнюю цифру у числа N ;
 - 2) прибавляем к полученному числу произведение отброшенной цифры на 2;
 - 3) с полученным числом проделываем операции 1) и 2) до тех пор, пока не останется число, меньшее или равное 19.
 - 4) если остается 19, то 19 делится на N , в противном случае N не делится на 19.Докажите справедливость этого признака делимости.
8. Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ними число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте написано число 37, а на втором 1?
9. p , $4p^2 + 1$ и $6p^2 + 1$ – простые числа. Найдите все такие p .
10. Стозначное число n назовем необычным, если десятичная запись числа n^3 заканчивается на n , а десятичная запись числа n^2 не заканчивается на n . Докажите, что существует не менее двух стозначных необычных чисел.
11. Какое наибольшее количество из натуральных чисел, не превосходящих $2n$, можно выбрать так, чтобы ни одно из них не делилось на другое?

Домашнее задание

12. p и $8p^2 + 1$ – простые числа. Найдите p .
13. Докажите, что простых чисел, дающих остаток 2 при делении на 3, бесконечно много.