

Делимость-5. Признаки делимости

Признак делимости на 3 (9) : если сумма цифр делится на 3 (9) , то и число делится на 3 (9).

Признак делимости на 2^n (5^n): если число, составленное из последних n цифр числа делится на 2^n (5^n), то и всё число делится на 2^n (5^n).

Признак делимости на 11: число кратно 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11.

- Автомат печатает на полоске бумаги цифры 4 по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число кратное 8?
- Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого участвуют все 10 цифр по одному разу.
- Может ли быть квадратом число состоящее из ста единиц и ста двоек?
- Решите ребус $AB - BA = A$.
 - Верно ли, что если записать в другом порядке цифры любого целого числа, то разность исходного и нового чисел будет делиться на 9 ?
 - В числе переставили цифры и получили число, в 3 раза меньше исходного. Докажите, что исходное число делится на 27.
 - Докажите, что разность числа, имеющего нечётное количество цифр, и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
- Вовочка придумал ребусы МАТЕМАТИКААКИТАМЕТАМ, НАХОДЧИВЫЙ. Катя утверждает, что оба числа будут составными. Права ли Катя?
 - В справочнике «Магия для чайников» написано: «Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение». Возможно ли таким образом устроить землетрясение?
- Незнайка перемножил все числа от 1 до 100. Посчитал сумму цифр произведения. У полученного числа он снова посчитал сумму цифр, и так далее. В конце концов Незнайка получил однозначное число. Какое?
- Докажите, что в записи числа 2^{30} есть по крайней мере две одинаковые цифры, не вычисляя его.
- Даны 19 карточек. Можно ли на каждой из карточек написать ненулевую цифру так, чтобы из этих карточек можно было сложить ровно одно 19-значное число, кратное на 11?
- Признак делимости на 7 можно сформулировать так: разобьём наше число на трёхзначные числа (начиная с разряда единиц) и рассмотрим разность суммы чётных по счёту трёхзначных чисел и суммы нечётных по счёту. Если получившийся результат делится на 7, то и первоначальное число делится на 7. Например, рассмотрим число 1789123456120. Оно разбивается на четыре трёхзначных числа и одно однозначное: 1, 789, 123, 456, 120. Посчитаем вышеописанную разность, получается: $-(789 + 456) + (123 + 120) = -1001$. Это число делится на 7, тогда и первоначальное число делится на 7.
 - Докажите признак делимости на 7.
 - Сформулируйте аналогичный признак делимости на 13 и докажите его.

Домашнее задание

- Может ли степень двойки заканчиваться четырьмя одинаковыми цифрами?
- Найдите наименьшее число составленное из 1 и 0 такое, что оно делится на 225.
- При каких x и y число \overline{xyxy} является квадратом натурального числа?

Делимость-5. Признаки делимости

Признак делимости на 3 (9) : если сумма цифр делится на 3 (9) , то и число делится на 3 (9).

Признак делимости на 2^n (5^n): если число, составленное из последних n цифр числа делится на 2^n (5^n), то и всё число делится на 2^n (5^n).

Признак делимости на 11: число кратно 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11.

- Автомат печатает на полоске бумаги цифры 4 по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число кратное 8?
- Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого участвуют все 10 цифр по одному разу.
- Может ли быть квадратом число состоящее из ста единиц и ста двоек?
- Решите ребус $AB - BA = A$.
 - Верно ли, что если записать в другом порядке цифры любого целого числа, то разность исходного и нового чисел будет делиться на 9 ?
 - В числе переставили цифры и получили число, в 3 раза меньше исходного. Докажите, что исходное число делится на 27.
 - Докажите, что разность числа, имеющего нечётное количество цифр, и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 99.
- Вовочка придумал ребус МАТЕМАТИКААКИТАМЕТАМ, НАХОДЧИВЫЙ. Катя утверждает, что оба числа будут составными. Права ли Катя?
 - В справочнике «Магия для чайников» написано: «Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение». Возможно ли таким образом устроить землетрясение?
- Незнайка перемножил все числа от 1 до 100. Посчитал сумму цифр произведения. У полученного числа он снова посчитал сумму цифр, и так далее. В конце концов Незнайка получил однозначное число. Какое?
- Докажите, что в записи числа 2^{30} есть по крайней мере две одинаковые цифры, не вычисляя его.
- Даны 19 карточек. Можно ли на каждой из карточек написать ненулевую цифру так, чтобы из этих карточек можно было сложить ровно одно 19-значное число, кратное на 11?
- Признак делимости на 7 можно сформулировать так: разобьём наше число на трёхзначные числа (начиная с разряда единиц) и рассмотрим разность суммы чётных по счёту трёхзначных чисел и суммы нечётных по счёту. Если получившийся результат делится на 7, то и первоначальное число делится на 7. Например, рассмотрим число 1789123456120. Оно разбивается на четыре трёхзначных числа и одно однозначное: 1, 789, 123, 456, 120. Посчитаем вышеописанную разность, получается: $-(789 + 456) + (123 + 120) = -1001$. Это число делится на 7, тогда и первоначальное число делится на 7.
 - Докажите признак делимости на 7.
 - Сформулируйте аналогичный признак делимости на 13 и докажите его.

Домашнее задание

- Может ли степень двойки заканчиваться четырьмя одинаковыми цифрами?
- Найдите наименьшее число составленное из 1 и 0 такое, что оно делится на 225.
- При каких x и y число \overline{xyxy} является квадратом натурального числа?