

Делимость-1. Простые и составные

Определение. *Натуральное число называется простым, если у него есть ровно два различных натуральных делителя: 1 и само это число. Если число имеет более двух попарно различных делителей, то оно называется составным.*

1. Приведите пример числа не являющегося не простым и не составным.
2. Докажите, что составных чисел бесконечно много.
3. а) Найдите все простые числа p , такие что $p + 5$ тоже простое.
б) Вася выписал по кругу 11 натуральных чисел. Для каждых двух соседних он посчитал их разность (из большего вычел меньшее). В результате Вася получил 11 простых чисел, причем все они были больше 2. Докажите, что Вася ошибся.
4. а) Докажите, что если число является составным, то оно делится на некоторое простое число.
б) Докажите, что любое составное число можно разложить в произведение простых множителей.
5. а) Докажите, что если a — делитель числа n , то $\frac{n}{a}$ — также делитель числа n .
б) Опишите все натуральные числа, у которых нечётное количество делителей.
6. Докажите, что у составного числа a найдется такой простой делитель p , что $p^2 \leq a$.
7. На доске записаны двузначные числа. Каждое число составное, но любые два числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел может быть записано?
8. Докажите, что простых чисел бесконечно много.
9. Существуют ли 100 подряд идущих составных чисел?
10. Какое наибольшее количество различных простых чисел можно выписать в ряд так, чтобы сумма любых четырех подряд идущих чисел также оказалась простым числом?

Домашнее задание.

11. Если в выражение $n^2 - n + 41$ подставлять числа $n = 1, 2, 3, 4, 5$, то получатся простые числа 41, 43, 47, 53, 61. Верно ли, что при любом n получится простое число?
12. Найдите все простые числа, которые являются одновременно и суммой двух простых, и разностью двух простых.

Делимость-1. Простые и составные

Определение. *Натуральное число называется простым, если у него есть ровно два различных натуральных делителя: 1 и само это число. Если число имеет более двух попарно различных делителей, то оно называется составным.*

1. Приведите пример числа не являющегося не простым и не составным.
2. Докажите, что составных чисел бесконечно много.
3. а) Найдите все простые числа p , такие что $p + 5$ тоже простое.
б) Вася выписал по кругу 11 натуральных чисел. Для каждых двух соседних он посчитал их разность (из большего вычел меньшее). В результате Вася получил 11 простых чисел, причем все они были больше 2. Докажите, что Вася ошибся.
4. а) Докажите, что если число является составным, то оно делится на некоторое простое число.
б) Докажите, что любое составное число можно разложить в произведение простых множителей.
5. а) Докажите, что если a — делитель числа n , то $\frac{n}{a}$ — также делитель числа n .
б) Опишите все натуральные числа, у которых нечётное количество делителей.
6. Докажите, что у составного числа a найдется такой простой делитель p , что $p^2 \leq a$.
7. На доске записаны двузначные числа. Каждое число составное, но любые два числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел может быть записано?
8. Докажите, что простых чисел бесконечно много.
9. Существуют ли 100 подряд идущих составных чисел?
10. Какое наибольшее количество различных простых чисел можно выписать в ряд так, чтобы сумма любых четырех подряд идущих чисел также оказалась простым числом?

Домашнее задание.

11. Если в выражение $n^2 - n + 41$ подставлять числа $n = 1, 2, 3, 4, 5$, то получатся простые числа 41, 43, 47, 53, 61. Верно ли, что при любом n получится простое число?
12. Найдите все простые числа, которые являются одновременно и суммой двух простых, и разностью двух простых.