

Индукция-1. Тождества

Докажите тождества в номерах 1-4

$$0. 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1. 1 + 3 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$2. 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$3. 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$4. 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

Придумайте формулу и докажите в номерах 5-9

$$5. \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = ?$$

$$6. \text{ а) } 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = ?$$

$$\text{ б) } 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = ?$$

$$\text{ в) } 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = ?$$

$$\text{ г) } 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = ?$$

$$7. \text{ а) } \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = ?$$

$$\text{ б) } 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = ?$$

$$8. \text{ а) } \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n \cdot (n+2)}\right) = ?$$

$$\text{ б) } \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = ?$$

$$9. 1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = ?$$

Домашнее задание сделать один из номеров, которые не были сданы на занятии, письменно.

Индукция-1. Тождества

Докажите тождества в номерах 1-4

$$0. 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1. 1 + 3 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$2. 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$3. 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$4. 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

Придумайте формулу и докажите в номерах 5-9

$$5. \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = ?$$

$$6. \text{ а) } 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = ?$$

$$\text{ б) } 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = ?$$

$$\text{ в) } 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = ?$$

$$\text{ г) } 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = ?$$

$$7. \text{ а) } \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = ?$$

$$\text{ б) } 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = ?$$

$$8. \text{ а) } \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n \cdot (n+2)}\right) = ?$$

$$\text{ б) } \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = ?$$

$$9. 1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = ?$$

Домашнее задание сделать один из номеров, которые не были сданы на занятии, письменно.