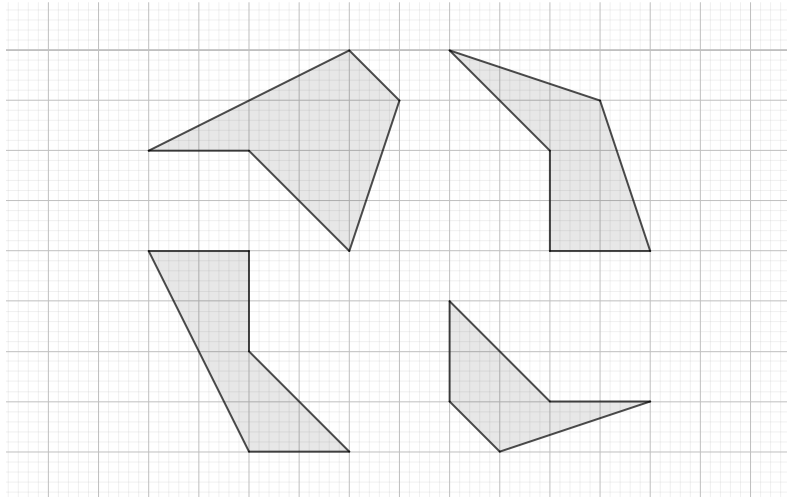




8-я Иранская олимпиада по геометрии
Начинающие (7–8 классы)
5 ноября 2021 г.

Задания олимпиады запрещается распространять до их публикации на официальном сайте олимпиады: igo-official.com

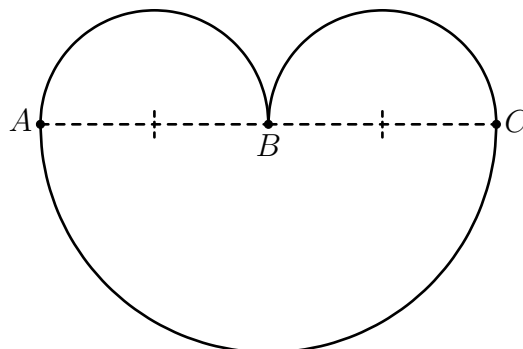
Задача 1. Сложите четыре фигуры, изображённые на рисунке ниже, вместе так, чтобы получилась фигура, имеющая хотя бы две оси симметрии.



Задача 2. На сторонах AB , BC , CD , DA квадрата $ABCD$ выбраны точки K , L , M , N соответственно так, что площадь четырёхугольника $KLMN$ в два раза меньше площади квадрата $ABCD$. Докажите, что одна из диагоналей четырёхугольника $KLMN$ параллельна одной из сторон квадрата $ABCD$.

Задача 3. Назовём *сердцем* фигуру, состоящую из трёх полуокружностей с диаметрами AB , BC и AC , где точка B является серединой отрезка AC (см. рисунок).

Дано сердце ω . Назовём пару точек (P, P') *удачной*, если P и P' лежат на ω и делят его периметр пополам. Пусть пары (P, P') и (Q, Q') являются удачными. Касательные в точках P , P' , Q и Q' к ω в пересечении образуют выпуклый четырёхугольник $XYZT$. Оказалось, что он является вписанным. Найдите угол между прямыми PP' и QQ' .



Задача 4. На стороне CD равнобокой трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) выбраны точки E и F так, что $DE = CF$ (точки расположены на прямой CD в порядке D, E, F, C). Точки X и Y симметричны E и C относительно прямых AD и AF соответственно. Докажите, что окружности, описанные около треугольников ADF и BXY , имеют общий центр.

Задача 5. Точки $A_1, A_2, \dots, A_{2021}$ расположены на плоскости так, что никакие три из них не лежат на одной прямой и

$$\angle A_1 A_2 A_3 + \angle A_2 A_3 A_4 + \dots + \angle A_{2021} A_1 A_2 = 360^\circ,$$

где под $\angle A_{i-1} A_i A_{i+1}$ подразумевается угол, меньший 180° (здесь $A_{2022} = A_1$ и $A_0 = A_{2021}$). Докажите, что сумма некоторых из этих углов равна 90° .

Продолжительность олимпиады: 4 часа.
За полное решение каждой задачи даётся 8 баллов.