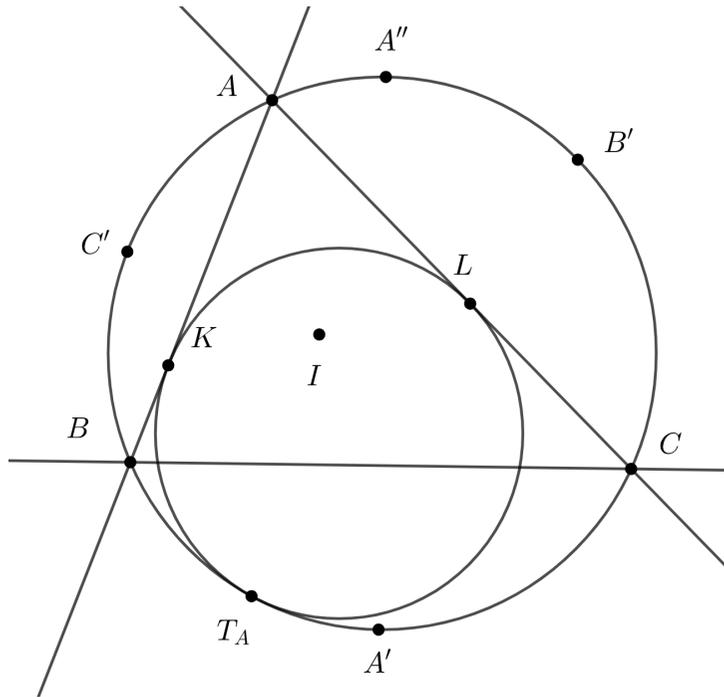


Полувписанная окружность

Давайте на сегодня заведем следующие обозначения для элементов треугольника ABC :

- ω – вписанная окружность, I — ее центр, A_1, B_1, C_1 — точки ее касания со сторонами;
- $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ — внеписанные окружности, A_2, B_2, C_2 — точки их касания со сторонами;
- Ω — описанная окружность, O — ее центр;
- A' и A'' – середины дуг BC , соответственно не содержащей и содержащей точку A ; B' и B'' , C' и C'' — аналогично.

Полувписанной будем называть окружность S_A , касающуюся сторон AB, AC и окружности Ω (внутренним образом) в точках K, L, T_A . Аналогично определяются окружности S_B, S_C и соответствующие точки касания T_B и T_C .



1. Точки T_A, K, C' (а также T_A, L, B') лежат на одной прямой.
2. **(Лемма Варрьера)** Точки K, I, L лежат на одной прямой, причем I — середина KL .
3. (а) $T_A A$ – симедиана треугольника $B' T_A C'$;
(б) $T_A A''$ — медиана треугольника $B' C' T_A$;
(в) Точки T_A, I, A'' лежат на одной прямой.
4. Докажите, что CC' касается описанной окружности четырехугольника $T_A B K I$.
5. (а) Прямые AT_A, BT_B, CT_C пересекаются в одной точке X , которая является центром гомотетии с положительным коэффициентом между окружностями ω и Ω .
(б) Докажите, что AA' — биссектриса угла $T_A A A_2$.
(в) Докажите, что точка, изогонально симметричная точке Нагеля, совпадает с точкой X .
6. Прямая, проходящая через вершину A , пересекает сторону BC , окружность Ω в точках E, F . Тогда точки T_A, A_1, E, F лежат на одной окружности.
7. Прямая AB касается описанной окружности треугольника $BA_1 T_A$.
8. Прямые $KL, T_A A'$ и BC пересекаются в одной точке или параллельны.