

Описанный параллелепипед

1. Объём тетраэдра равен **(а)** одной трети объема описанного параллелепипеда, **(б)** одной шестой произведения длин двух любых его скрещивающихся рёбер на расстояние между ними и на синус угла между ними.
2. В треугольной пирамиде скрещивающиеся рёбра попарно равны между собой и соответственно равны a, b и c . Найдите расстояния между ними, объём тетраэдра и радиус описанного вокруг него шара.
3. Найдите радиус шара, касающегося всех рёбер правильного тетраэдра, длина ребра которого равна a .
4. Докажите, что сумма квадратов длин рёбер тетраэдра равна учетверённой сумме квадратов бимедиан.
5. Сечение тетраэдра плоскостью, параллельной двум его скрещивающимся рёбрам и равноудаленной от этих рёбер, имеет площадь S . Расстояние между этими скрещивающимися рёбрами тетраэдра h . Найдите объём тетраэдра.
6. Два противоположных ребра треугольной пирамиды соответственно равны 6 и 8, а каждое из остальных четырёх рёбер – по 13. Определите расстояние между скрещивающимися рёбрами этой пирамиды.
7. Пусть a и a_1, b и b_1, c и c_1 – длины пар противоположных рёбер тетраэдра; α, β, γ – соответственные углы между ними ($\alpha, \beta, \gamma \leq 90^\circ$). Докажите, что одно из трёх чисел $aa_1 \cos \alpha, bb_1 \cos \beta, cc_1 \cos \gamma$ – сумма двух других.