Разнобой с большим подвохом...

1. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$, в котором $BC = CD$. Точка E — середина диагонали AC. Докажите, что $BE + DE > AC$.

2. На сторонах AB, BC и CA треугольника ABC взяты соответственно точки M, K и L (не совпадающие с вершинами). Докажите, что площадь хотя бы одного из треугольников MAL, KBM, LCK не превышает четверти площади треугольника ABC.

3. В треугольнике ABC на стороне AB выбраны точки K и L так, что $AK = BL$, а на стороне BC — точки M и N так, что $CN = BM$. Докажите, что $KN + LM \geq AC$.

4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка K. В треугольники ABK и ACK вписаны окружности, касающиеся стороны BC в точках M и N соответственно. Докажите, что $BM \cdot CN > KM \cdot KN$.

5. M — точка пересечения диагоналей вписанного четырёхугольника, N — точка пересечения его средних линий (отрезков, соединяющих середины противоположных сторон), O — центр описанной окружности. Докажите, что $OM > ON$.

6. Трапеция с основаниями AD и BC описана вокруг окружности, E — точка пересечения диагоналей. Докажите, что угол AED не может быть острым.

7. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром I касается сторон BC, CA и AB в точках A_1, B_1 и C_1 соответственно. Через вершину B параллельно A_1C_1 проведена прямая, пересекающаяся с прямыми B_1C_1 и B_1A_1 точках M и N соответственно. Докажите, что угол MIN острый.

8. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Окружность с центром в точке O_b проходит через точки A, C_1 и середину BH. Окружность с центром в точке O_c проходит через A, B_1 и середину отрезка CH. Докажите, что:
$$B_1O_b + C_1O_c > \frac{BC}{4}.$$