

Ещё немного испытаний для интуиции

1. Андрей и Маша играют в такую игру: вначале Андрей вырезает из отрезка $[0, 1]$ интервал длины $1/2$, затем из оставшихся двух отрезков Маша вырезает интервал длины $1/4$, затем из оставшихся трех отрезков Андрей вырезает интервал длины $1/8$, и т.д. Проигрывает тот, кто не может вырезать свой очередной интервал. Кто выиграет при правильной игре?
2. У барона Мюнхгаузена есть гири весами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Надписи стёрлись, но он помнит, где какая. Барон утверждает, что может провести одно взвешивание на двухчашечных весах, в результате которого можно будет установить вес хотя бы одной гири. Прав ли он?
3. На плоскости нарисован квадрат. Петя загадал точку плоскости. За одну операцию Вася может провести прямую, а Петя скажет, в какой полуплоскости лежит его точка. Если точка попала на прямую, то Петя так и скажет. За какое наименьшее число операций Вася может вычислить, лежит ли точка Пети внутри квадрата или снаружи?
4. В каждой из шести коробок B_1, B_2, \dots, B_6 изначально находится ровно по одной монете. Разрешается проводить операции следующих двух типов:
Тип 1. Выбрать любую непустую коробку B_j , где $1 \leq j \leq 5$, убрать из неё одну монету и добавить две монеты в коробку B_{j+1} .
Тип 2. Выбрать любую непустую коробку B_k , где $1 \leq k \leq 4$, убрать из неё одну монету и поменять местами содержимое (возможно пустое) коробки B_{k+1} с содержимым (возможно пустым) коробки B_{k+2} .
Можно ли несколькими такими операциями добиться того, чтобы в шестой коробке оказалось не менее $2010^{2010^{2010}}$ монет? (По определению $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.)
5. Во время ремонта галереи барон Мюнхгаузен заказал плотнику тонкий плинтус длиной 1 м, на котором черные куски чередовались с белыми, причем суммарные длины черных и белых отрезков были равны. Плотник по ошибке изготовил плинтус длиной 0.5 м (и его раскраска отличалась от правильной тоже сжатием в два раза). Чтобы исправить свою ошибку, он сделал еще один точно такой же плинтус и установил два коротких плинтуса вместо одного. Позже барон рассказывал друзьям, что для получения изначально заказанного узора ему пришлось перекрасить всего лишь несколько отрезков суммарной длиной не более 1 см. Возможно ли это?