

## Диагностическая работа

1. Назовём девятизначное число *хорошим*, если в нём все цифры от 1 до 9 встречаются ровно один раз. Все хорошие девятизначные числа выписали в порядке возрастания. Укажите два средних числа в этой последовательности.
2. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $АН$  и  $СР$ . Найдите величину угла  $B$ , если известно, что  $AC = 2PH$ . Ответ дайте в градусах.
3. Перед вами коробка, в которой лежат 100 футболок трёх различных цветов. Вам известно, что если наугад вытащить из коробки 25 футболок, то среди них обязательно найдётся 11 одноцветных футболок. От вас требуют, чтобы вы вытащили из коробки наугад несколько футболок. Если среди них не будет 30 одноцветных, вас казнят. Какое наименьшее число футболок вам надо вытащить, чтобы гарантированно избежать казни?
4. Вася задумал натуральное число  $n$ , выписал все его натуральные делители, кроме самого числа  $n$ , и сложил два наибольших из них. Получилось число 77. Какое число мог задумать Вася? Приведите все возможные варианты.
5. Дано натуральное число  $n$ . Известно, что числа  $n$  и  $n + 1989$  – пятизначные. Сумма цифр числа  $n$  равна 39, а сумма цифр числа  $n + 33$  равна 9. Чему равна сумма цифр числа  $n + 1989$ ?
6. В равностороннем треугольнике  $ABC$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  отметили точки  $D$  и  $E$ , соответственно. Отрезки  $CD$  и  $AE$  пересекаются в точке  $M$ . Оказалось, что площадь треугольника  $AMC$  равна площади четырехугольника  $DBEM$ . Найдите угол  $AMD$ . Ответ дайте в градусах.
7. Дан некоторый приведенный квадратный трехчлен, имеющий два различных целых корня. Известно, что один из корней, а также значение в точке  $x = 11$  являются положительными простыми числами. Найдите свободный член данного трехчлена.
8. По кругу стоит 2021 лампочка. Изначально все лампочки потушены. За ход разрешается зажечь лампочку, если две соседние лампочки либо обе зажжены, либо обе потушены. Какое наибольшее число лампочек можно зажечь таким образом?
9. Караван состоит из 12 верблюдов. Вес первого верблюда равен 300 кг, а последнего — 575 кг. Каждый верблюд в караване, кроме первого и последнего, весит на 10 кг легче среднего арифметического весов двух своих соседей. Сколько весит второй верблюд каравана? Ответ дайте в кг.
10. Пусть  $I$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Биссектриса угла  $\angle ACB$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $L$ , а описанную окружность треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Пусть  $LI = 12$  и  $LD = 16$ . Найдите  $IC$ .
11. Действительные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a^2 + b^2 + ab + 2 = 4a + 4b$ . Какое наибольшее значение может принимать выражение  $a^2 + b^2$ ?