

Кооперативные стратегии

1. Помощник фокусника просит одного из зрителей написать на доске в ряд n цифр. Затем помощник фокусника стирает одну из них и покидает помещение. После этого появляется фокусник. Глядя на оставшиеся цифры, фокусник безошибочно отгадывает, какая цифра была стёрта. Возможен ли такой фокус при
(а) $n = 10$; (б) $n = 9$?
2. Для прохождения теста 100 мудрецов выстраивают в колонну. Император надевает на каждого мудреца колпак одного из семи цветов так, чтобы все цвета присутствовали. Каждый видит только номера на колпаках всех впереди стоящих. Далее мудрецы по порядку от заднего к переднему либо называют один из цветов, либо говорят «пас». Мудрецы выигрывают, если хотя бы один из них назовёт цвет верно и не будет никого, кто назвал цвет неверно. Как им действовать, чтобы гарантированно пройти тест?
3. Алисе и Бобу на лбу написали по одному целому числу. После этого каждый из них должен написать на бумажке конечный набор целых чисел. Каждый видит число другого, но никаких подсказок давать не разрешается. Могут ли они так договориться заранее, чтобы в наборе хотя бы одного из них встретилось его число?
4. Одиннадцати мудрецам завязывают глаза и надевают каждому на голову колпак одного из 1000 цветов. После этого им глаза развязывают, и каждый видит все колпаки, кроме своего. Затем одновременно каждый показывает остальным одну из двух карточек – белую или чёрную. После этого все должны одновременно назвать цвет своих колпаков. Удастся ли это? Мудрецы могут заранее договориться о своих действиях (до того, как им завязали глаза); мудрецам известно, каких 1000 цветов могут быть колпаки.
5. Фокусник с помощником показывают фокус. В ряд стоят 13 закрытых пустых шкапулок. Фокусник уходит, а зритель на виду у помощника прячет по монетке в любые две шкапулки по своему выбору. Затем возвращается фокусник. Помощник открывает одну шкапулку, в которой нет монетки. Далее фокусник указывает на 4 шкапулки, и их одновременно открывают. Цель фокусника – открыть обе шкапулки с монетками. Предложите способ, как договориться фокуснику с помощником, чтобы этот фокус всегда удавался.
6. За круглый стол сели 99 мудрецов. Им известно, что пятидесяти из них надели колпаки одного цвета, а остальным сорока девяти — другого цвета (но заранее не известно, какого именно из цветов будет 50, а какого — 49). Каждый видит каждого, кроме себя. Все называют цвет одновременно. Какое максимальное число мудрецов может заведомо угадать свой цвет?