

Контринтуитивы

1. Есть 12 палочек, из которых можно сложить 4 треугольника. Верно ли, что из них можно сложить 3 четырёхугольника?
2. Можно ли множество прямых на плоскости разбить на пары перпендикулярных прямых?
3. Дана бесконечная клетчатая плоскость. Учительница и класс из 30 учеников играют в игру, делая ходы по очереди: сначала учительница, затем по очереди все ученики, затем снова учительница, и т.д. За один ход можно покрасить единичный отрезок, являющийся границей между двумя соседними клетками. Дважды красить отрезки нельзя. Учительница побеждает, если после хода одного из 31 игроков найдется клетчатый прямоугольник 1×2 или 2×1 такой, что у него вся граница покрашена, а единичный отрезок внутри него не покрашен. Смогут ли ученики помешать учительнице победить?
4. Из плоскости вырезали равносторонний треугольник. Можно ли оставшуюся часть плоскости замостить треугольниками, любые два из которых подобны, но не гомотетичны?
5. Верно ли, что среди любых 1000 треугольников можно выбрать один, который можно накрыть объединением остальных?
6. Можно ли разрезать круг на несколько равных частей так, чтобы центр круга лежал строго вне хотя бы одной из этих частей?
7. Можно ли раскрасить все точки квадрата и круга в чёрный и белый цвета так, чтобы множества белых точек этих фигур были подобны друг другу и множества чёрных точек также были подобны друг другу (возможно, с различными коэффициентами подобия)?