

Квадратный трёхчлен

1. Докажите, что если $c(a + b + c) < 0$, то уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корень.
2. Дискриминанты трёх приведённых квадратных трёхчленов равны 1, 4 и 9. Докажите, что можно выбрать по одному корню каждого из них так, чтобы их сумма равнялась сумме оставшихся корней.
3. Два приведённых квадратных трёхчлена $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что каждый из них имеет по два корня, и выполняются равенства $f(1) = g(2)$ и $f(2) = g(1)$. Найдите сумму всех четырёх корней этих трёхчленов.
4. Найдите все пары квадратных трёхчленов $x^2 + ax + b$, $x^2 + cx + d$ такие, что a и b — корни второго трёхчлена, c и d — корни первого.
5. Докажите, что квадратное уравнение

$$(x - a)(x - b) + (x - a)(x - c) + (x - b)(x - c) = 0.$$

имеет хотя бы один корень.

6. Известно, что каждый из трёхчленов $x^2 + ax + b$ и $x^2 + ax + b + 1$ имеет хотя бы по одному корню и все корни этих трёхчленов целые. Докажите, что трёхчлен $x^2 + ax + b + 2$ корней не имеет.
7. Докажите, что на графике любого квадратного трёхчлена со старшим коэффициентом 1, имеющего ровно один корень, найдётся такая точка (p, q) , что трёхчлен $x^2 + 2px + q$ также имеет ровно один корень.
8. Даны два приведённых квадратных трёхчлена $f(x)$ и $g(x)$. Известно, что оба корня уравнения $f(x) = 0$ меньше 100, а оба корня уравнения $g(x) = 0$ больше 100. Может ли уравнение $f(x) + g(x) = 0$ иметь два корня один из которых больше, а второй меньше 100?