

Усреднение

0. По кругу стоят 16 натуральных чисел, сумма которых равна 93. Докажите, что найдутся 5 подряд стоящих чисел, сумма которых не меньше 30.
1. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.
2. Есть два ожерелья, в каждом ожерелье по 100 чёрных и 100 белых бусинок. Оксана хочет приложить второе ожерелье к первому (разрешается поворачивать и переворачивать) так, чтобы как можно больше бусинок совпало по цвету. Какое число совпадающих бусинок Оксана может гарантированно получить?
3. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?
4. В классе 20 детей. Каждый день какие-то пары из них при встрече пожимают друг другу руки, а какие-то нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2021 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из 7 человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 224 рукопожатий.
5. На плоскости отмечено 40 точек. Петя аккуратно посчитал площади всех треугольников с вершинами в этих точках. Сумма этих площадей равна 9. Докажите, что можно стереть половину точек так, чтобы суммарная площадь оставшихся треугольников была не менее 1.
6. В таблице 20×20 в каждой клетке лежит пончик или крендель, причём в каждом столбце лежит ровно 10 пончиков. Докажите, что найдутся две строки, у которых в пересечении с хотя бы 10 столбцами лежит одно и то же.
7. По кругу стоят 400 детей из 20 отрядов, в каждом из которых 20 детей. Докажите, что можно в каждом отряде выбрать командира так, чтобы никакие два командира не стояли рядом.
8. На столе у учителя стоят весы. На весах стоят гири не обязательно одного веса, на каждой из которых написаны фамилии одного или нескольких учеников, причём одна из чаш перевешивает. Ученик, входя в класс, представляет на другую чашу весов все гири, на которых написана его фамилия. Докажите, что можно последовательно впустить в класс нескольких учеников таким образом, чтобы в результате перевесила не та чаша весов, которая перевешивала вначале.