Десятое домашнее задание. Подготовка к региональному этапу...

1. Изначально по кругу расставлены 40 синих, 30 красных и 20 зелёных фишек, причём фишки каждого цвета идут подряд. За ход можно поменять местами стоящие рядом синюю и красную фишки, или стоящие рядом синюю и зелёную фишки. Можно ли за несколько таких операций добиться того, чтобы любые две стоящие рядом фишки были разных цветов?

2. Дана последовательность натуральных чисел $a_n = (n+1) \cdot 2^n$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$. Какое наибольшее количество подряд идущих членов этой последовательности могут быть точными квадратами?

3. Дан остроугольный треугольник ABC. На сторонах AB и BC во внешнюю сторону построены равные прямоугольники $ABMN$ и $LBCK$ так, что $AB = LB$. Докажите, что прямые AL, CM и NK пересекаются в одной точке.

4. Существует ли треугольник со сторонами x, y и z такой, что $x^3+y^3+z^3 = (x+y)(y+z)(z+x)$?