Подобия

1. Докажите, что середины оснований трапеции, точка пересечения диагоналей, и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой.

2. Диагонали вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Вписанные окружности треугольников ABP и CDP касаются отрезков AP и DP в точках K и L соответственно. Докажите, что четырехугольник $BCLK$ вписанный.

3. Постройте (циркулем и линейкой) треугольник по двум углам и расстоянию между центрами вписанной и описанной окружности.

4. На боковой стороне AB равнобедренного треугольника ABC выбрана точка E, а на продолжении основания AC за точку A выбрана точка D так, что $\angle BDC = \angle ECA$. Докажите, что площади треугольников DEC и ABC равны.

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1 и биссектриса CL. Оказалось, что середина CL лежит на отрезке A_1B_1. Найдите угол ACB.

6. Продолжения противоположных сторон вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точках P и Q. Пусть K и N — середины диагоналей. Докажите, что $\angle PKQ + \angle PNQ = 180°$.

7. Из точки N внутри треугольника опущены перпендикуляры на высоты. Оказалось, что отрезки высот от вершин до оснований этих перпендикуляров равны между собой. Докажите, что в этом случае они равны диаметру вписанной в треугольник окружности.

Подобия

1. Докажите, что середины оснований трапеции, точка пересечения диагоналей, и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой.

2. Диагонали вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке P. Вписанные окружности треугольников ABP и CDP касаются отрезков AP и DP в точках K и L соответственно. Докажите, что четырехугольник $BCLK$ вписанный.

3. Постройте (циркулем и линейкой) треугольник по двум углам и расстоянию между центрами вписанной и описанной окружности.

4. На боковой стороне AB равнобедренного треугольника ABC выбрана точка E, а на продолжении основания AC за точку A выбрана точка D так, что $\angle BDC = \angle ECA$. Докажите, что площади треугольников DEC и ABC равны.

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1 и биссектриса CL. Оказалось, что середина CL лежит на отрезке A_1B_1. Найдите угол ACB.

6. Продолжения противоположных сторон вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точках P и Q. Пусть K и N — середины диагоналей. Докажите, что $\angle PKQ+\angle PNQ = 180^\circ$.

7. Из точки N внутри треугольника опущены перпендикуляры на высоты. Оказалось, что отрезки высот от вершин до оснований этих перпендикуляров равны между собой. Докажите, что в этом случае они равны диаметру вписанной в треугольник окружности.