

Еще прямые углы

Идея. Чтобы доказать, что точки A , B , C и X лежат на одной окружности, достаточно найти такую точку Y , что $\angle XAY = \angle XBY = \angle XCY = 90^\circ$.

1. Внутри окружности выбрана точка P . Рассмотрим все хорды этой окружности, проходящие через P . Докажите, что середины этих хорд лежат на одной окружности.
2. Докажите, что в остроугольном треугольнике середины двух высот, основание третьей и ортоцентр лежат на одной окружности.
3. На высотах треугольника отмечены точки, делящие их в отношении 2 к 1, считая от вершины. Докажите, что эти три точки и ортоцентр лежат на одной окружности.
4. Из ортоцентра H остроугольного треугольника ABC опустили перпендикуляр HP на медиану BM . Докажите, что точки A , C , H и P лежат на одной окружности.
5. Из точки P проведены касательные PA и PB к окружности ω (точки A и B лежат на ω). Прямая, проходящая через P , пересекает ω в точках C и D . Точка M — середина CD . Докажите, что $\angle AMP = \angle BMP$.
6. Точка M — середина основания BC равнобедренного треугольника ABC . Точка P такова, что $PA \parallel BC$. Точки X и Y выбраны на продолжениях PB и PC за точки B и C соответственно так, что $\angle PXM = \angle PYM$. Докажите, что четырехугольник $APXY$ вписан.