

## Комбинаторная геометрия

1. Дан выпуклый четырёхугольник. Если провести в нем любую диагональ, он разделится на два равнобедренных треугольника. А если провести в нем обе диагонали сразу, он разделится на четыре равнобедренных треугольника. Обязательно ли этот четырёхугольник — квадрат?
2. (а) Можно ли расставить на площади 6 фотографов так, чтобы каждый мог сфотографировать ровно четырех других? (Один фотограф может сфотографировать другого, если на отрезке между ними никого нет).  
(б) При каких  $n$  можно расставить фотографов так, чтобы каждый мог сфотографировать  $n - 2$  других?
3. Архитектор хочет расположить семь высотных зданий так, чтобы, гуляя по городу, можно было увидеть их шпили в любом (циклическом) порядке. Удастся ли это ему?
4. На плоскости отмечены 2022 точки, причем из любых трёх можно выбрать пару, расстояние между которыми меньше 1. Докажите, что их все можно покрыть двумя кругами радиуса 1.
5. Несколько кругов с суммой радиусов 20 расположены внутри квадрата  $13 \times 13$ . Докажите, что можно провести прямую, которая гарантированно пересечет хотя бы 4 круга.
6. Какое наименьшее число сторон может иметь нечетноугольник (не обязательно выпуклый), который можно разрезать на параллелограммы?
7. На плоскости расположено  $n$  точек ( $n > 3$ ), никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что среди треугольников с вершинами в данных точках остроугольные треугольники составляют не более трёх четвертей.