

## Числа Фибоначчи

В последовательности Фибоначчи  $F_1 = F_2 = 1$ , а  $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$  при всех  $n > 1$ .

1. Сколькими способами можно разбить на доминошки  
(а) прямоугольник  $2 \times 10$ ?  
(б) прямоугольник  $2 \times n$ ?
2. Сколькими способами можно представить число  $n$  в виде суммы нескольких слагаемых, каждое из которых не меньше, чем 2? (Представления, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными.)
3. (а) У Аскара Флоридовича есть  $n$  палочек, каждая не больше одного метра в длину. Оказалось, что ни из каких трёх из них нельзя составить треугольник. Какой максимальной длины может быть самая короткая палочка?  
(б) Владислав Викторович взял три одинаковые палочки и разломил каждую из них на несколько кусков. Докажите, что среди кусков можно найти три, из которых можно сложить треугольник.
4. Загадано число от 1 до 144. Разрешается выделить одно подмножество множества чисел от 1 до 144 и спросить, принадлежит ли ему загаданное число. За ответ да надо заплатить 2 рубля, за ответ нет 1 рубль. Какая наименьшая сумма денег необходима для того, чтобы наверняка отгадать число?
5. На почте есть  $k$  гирек: 1 г, 2 г, 4 г, 8 г,  $\dots$ ,  $2^k$  г. Перед отправлением посылки весом в  $x$  граммов работник почты проверяет её вес на чашечных весах, причём гирьки он может класть на обе чаши. Каждое такое взвешивание занимает у работника почты ровно одну минуту. За какое время работник гарантированно справится с проверкой веса, если он проверяет его всеми возможными способами?
6. Найдите число решений в натуральных числах уравнения  $(x^2 - xy - y^2)^2 = 1$  таких, что  $x, y < 2021$ .