# Угол между хордой и касательной

**Теорема.** На окружности $\omega$ отмечены точки $A$ и $B$, через точку $A$ проведена касательная $\ell$ к $\omega$. Тогда угол между прямыми $\ell$ и $AB$ равен половине меры дуги $AB$.

**1.** Касательная к описанной окружности неравноберенного треугольника $ABC$, восстановленная в вершине $A$, пересекает прямую $BC$ в точке $S$; точка $L$ — основание биссектрисы $AL$ треугольника. Докажите, что $SA = SL$.

**2.** Две прямые, касающиеся окружности $\omega$ в точках $A$ и $B$, пересекаются в точке $C$. Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник $ABC$, лежит на окружности $\omega$.

**3.** Биссектрисы углов $B$ и $C$ остроугольного неравнобедренного треугольника $ABC$ пересекаются в точке $I$ и пересекают высоту из вершины $A$ в точках $P$ и $Q$. Докажите, что прямая $AI$ касается описанной окружности треугольника $IPQ$.

**4.** На стороне $AB$ остроугольного равнобедренного треугольника $ABC$ ($AB = AC$) отмечена точка $X$. Касательная к описанной окружности треугольника $BXC$, восстановленная в вершине $X$, пересекает описанную окружность треугольника $ACX$ в точках $X$ и $Y$. Докажите, что $AY \parallel BC$.

**5.** Прямая $PA$ касается описанной окружности треугольника $ABC$. Точки $C_1$ и $B_1$ — основания перпендикуляров, опущенных из $P$ на прямые $AB$, $AC$. Докажите, что $BC \perp B_1C_1$.

**6.** Окружность касается сторон $AB$, $BC$, $CD$ и $DA$ четырехугольника $ABCD$ в точках $X$, $Y$, $Z$ и $T$ соответственно. Докажите, что $ABCD$ вписан тогда и только тогда, когда $XZ \perp YT$.