

Подобия

1. Докажите, что середины оснований трапеции, точка пересечения диагоналей, и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой.
2. Диагонали вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке P . Вписанные окружности треугольников ABP и CDP касаются отрезков AP и DP в точках K и L соответственно. Докажите, что четырехугольник $BCLK$ вписанный.
3. Постройте (циркулем и линейкой) треугольник по двум углам и расстоянию между центрами вписанной и описанной окружности.
4. На боковой стороне AB равнобедренного треугольника ABC выбрана точка E , а на продолжении основания AC за точку A выбрана точка D так, что $\angle BDC = \angle ECA$. Докажите, что площади треугольников DEC и ABC равны.
5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 и биссектриса CL . Оказалось, что середина CL лежит на отрезке A_1B_1 . Найдите угол ACB .
6. Продолжения противоположных сторон вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точках P и Q . Пусть K и N — середины диагоналей. Докажите, что $\angle PKQ + \angle PNQ = 180^\circ$.
7. Из точки N внутри треугольника опущены перпендикуляры на высоты. Оказалось, что отрезки высот от вершин до оснований этих перпендикуляров равны между собой. Докажите, что в этом случае они равны диаметру вписанной в треугольник окружности.
8. Пусть A_1, B_1, C_1 — точки касания вписанной окружности со сторонами треугольника ABC , а I_a, I_b, I_c — центры внеписанных окружностей. Докажите, что прямые A_1I_a, B_1I_b и C_1I_c пересекаются в одной точке.