

Еще прямые углы

1. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 . Оказалось, что угол ABC равен 42° . Чему равен угол $A_1B_1C_1$?
2. На высотах треугольника отмечены точки, делящие их в отношении 2 к 1, считая от вершины. Докажите, что эти три точки и ортоцентр лежат на одной окружности.
3. Из ортоцентра H остроугольного треугольника ABC опустили перпендикуляр HP на медиану BM . Докажите, что точки A , C , H и P лежат на одной окружности.
4. Из точки P проведены касательные PA и PB к окружности ω (точки A и B лежат на ω). Прямая, проходящая через P , пересекает ω в точках C и D . Точка M — середина CD . Докажите, что $\angle AMP = \angle BMP$.
5. Пусть P — проекция вершины B треугольника ABC на биссектрису угла C , I — центр вписанной окружности. Докажите, что:
 - (a) P лежит на средней линии, параллельной стороне AC ;
 - (b) P лежит на прямой, соединяющей точки касания вписанной в треугольник окружности со сторонами AB , AC ;
 - (c) P лежит на прямой, соединяющей точки касания невписанной окружности со стороной AB и продолжением стороны AC .