

Фокусы

1. Два фокусника показывают зрителю такой фокус. У зрителя есть 24 карточки, пронумерованные числами от 1 до 24. Он выбирает из них 13 карточек и передаёт первому фокуснику. Тот возвращает зрителю две из них. Зритель добавляет к этим двум одну из оставшихся у него 11 карточек и, перемешав, передаёт эти три карточки второму фокуснику. Каким образом фокусники могут договориться так, чтобы второй всегда с гарантией мог определить, какую из трех карточек добавил зритель?
2. Ассистент и фокусник хотят показать фокус. В комнате на $2n$ стульях, стоящих по кругу рассаживаются $2n$ человек. После чего сторонний наблюдатель выбирает одного из сидящих, и тот выходит из круга. Затем ассистент просит также выйти из круга одного из его соседей. После чего заходит фокусник. Он видит только сидящих людей, 2 пустых места и двоих людей, стоящих в стороне. Фокусник должен сказать, кто из них где сидел. Докажите, что у фокусника с ассистентом есть способ договориться так, чтобы фокус гарантированно удался.
3. Фокусник с завязанными глазами выдает зрителю
 - (a) 5 карточек с номерами от 1 до 5.
 - (b) n карточек с номерами от 1 до n .Зритель прячет две карточки, а остальные отдает ассистенту фокусника. Ассистент указывает зрителю на две из них, и зритель называет номера этих карточек фокуснику (в том порядке, в каком захочет). После этого фокусник угадывает номера карточек, спрятанных у зрителя. Докажите, что у фокусника с ассистентом есть способ договориться так, чтобы фокус гарантированно удался.
4.
 - (a) Ассистент и фокусник хотят показать фокус. В ряд расставлены 13 пустых закрытых коробок. Фокусник выходит из комнаты, и зритель кладёт в какие-то две коробки по монете, ассистент видит, в какие. Фокусник возвращается и ассистент открывает одну пустую коробку. После этого фокусник одновременно открывает ещё 4 коробки так, что обе коробки с монетами оказываются открытыми. Докажите, что у фокусника с ассистентом есть способ договориться так, чтобы фокус гарантированно удался.
 - (b) А могут ли фокусник с ассистентом договориться, если коробок 14?
5. Фокуснику завязывают глаза, а зритель выкладывает в ряд N одинаковых монет, сам выбирая, какие — орлом вверх, а какие — решкой. Ассистент фокусника просит зрителя написать на листе бумаги любое число от 1 до N и показать его всем присутствующим. Увидев число, ассистент указывает зрителю на одну из монет ряда и просит перевернуть её. Затем фокуснику развязывают глаза, он смотрит на ряд монет и безошибочно определяет написанное зрителем число.
 - (a) Существует ли у фокусника с ассистентом способ, позволяющий фокуснику гарантированно отгадывать число для $N = 2$;
 - (b) для $N = 3$;
 - (c) для $N = 4$?
 - (d) Докажите, что если N не является степенью двойки, то у фокусника с ассистентом нет способа, позволяющего фокуснику гарантированно отгадывать число.