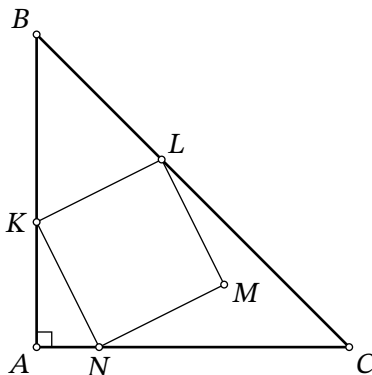


## Отборочная олимпиада

1. Поле частично засадили кукурузой, овсом и пшеном. Если оставшуюся часть полностью засадить пшеном, то пшено будет занимать половину всего поля, а если оставшуюся часть поровну поделить между овсом и кукурузой, то овёс будет занимать половину всего поля. Во сколько раз увеличится количество кукурузы, если оставшуюся часть полностью засадить кукурузой?
2. В ряд высажено 101 дерево: тополя, берёзы и сосны. Между каждыми двумя тополями растёт хотя бы одно дерево, между каждыми двумя берёзами растёт хотя бы два дерева, между каждыми двумя соснами растёт хотя бы три дерева. Сколько сосен могло быть высажено? Укажите все возможные варианты.
3. Юный энтомолог Дима наблюдает за двумя кузнечиками. Он заметил, что когда кузнечик начинает прыгать, он прыгает на 1 см, через секунду на 2 см, ещё через секунду на 3 см и т.д.

Сначала оба кузнечика сидели в одном месте. Один из них начал прыгать, а через несколько секунд вслед за первым начал прыгать второй (кузнечики прыгают по прямой в одном направлении). В какой-то момент Дима записал в тетрадку, что расстояние между кузнечиками равно 9 см. Несколько секунд спустя он записал, что расстояние между кузнечиками стало 39 см. Сколько секунд прошло между записями? Укажите все возможные варианты.

4. Дан прямоугольный равнобедренный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $A$ . Квадрат  $KLMN$  расположен, как на рисунке: точки  $K, L, N$  лежат на сторонах  $AB, BC, AC$  соответственно, а точка  $M$  расположена внутри треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $NC = 2AK$ .



5. Пусть  $d_1, d_2, \dots, d_k$  ( $k > 1$ ) — некоторые различные натуральные делители натурального числа  $n$ . Оказалось, что  $d_k - d_{k-1} = d_{k-1} - d_{k-2} = \dots = d_2 - d_1$  и  $n = d_1 + d_2 + \dots + d_k$ . При каких  $n$  это возможно?

6. В стране города соединены дорогами с односторонним движением. Из каждого города можно выехать не более, чем по 7 дорогам. Докажите, что эту страну можно так разбить на 11 республик, что ни в одной республике нет города, из которого выходят две дороги в города этой республики.