

Количество способов

1. Сколькими способами можно представить число **(а)** 2^{10} ; **(б)** 10^{10} в виде произведения трёх сомножителей, если произведения, отличающиеся порядком множителей, считаются различными?
2. **(а)** У сороконожки есть 40 носков и 40 ботинок. Она может надевать их в любом порядке с одним лишь условием: на каждую ногу надо сначала надеть носок, а только потом ботинок. Сколькими способами она может обуться?
(б) Сколькими способами можно разбить $2n$ человек на n пар?
3. Сколькими способами n птиц попарно различных видов можно рассадить по m клеткам попарно различных цветов, если в каждой клетке должны сидеть одна или две птицы?
4. В предверьи Нового года расставили 10 ёлок. Сколькими способами можно украсить несколько из них шарами и несколько из них — гирляндами так, чтобы каждая ёлка была украшена хотя бы чем-то одним?
5. Лампочки расставлены в виде квадрата 6×6 . Исходно все они выключены. За одну операцию можно изменить состояние всех лампочек в некотором квадрате 2×2 на противоположное. Сколько разных конфигураций можно таким образом получить?
6. Сколькими способами можно покрасить в два цвета клетки доски $n \times n$ так, чтобы в каждом квадрате 2×2 было чётное число чёрных клеток?
7. Сколькими способами можно на доске 30×30 расставить сорок ладей так, чтобы каждая была ровно одну другую?
8. Дано простое число p и натуральное число $k < p$. Сколькими способами можно выбрать k различных натуральных чисел, не превосходящих p , так, чтобы их сумма делилась на p ?
9. У нас есть гириками массами $2^0, 2^1, \dots, 2^n$ и чашечные весы, изначально находящиеся в равновесии. Мы хотим выставлять гири на весы в некотором порядке так, чтобы в каждый момент времени правая чаша весов не перевешивала. Сколько способов это сделать?