

Подсчёт двумя способами

1. В вершинах шестиугольника было записано шесть чисел, на каждой стороне — число, равное сумме двух чисел в вершинах. Затем все числа в вершинах и одно число на стороне стёрли. Можно ли восстановить число, стоявшее на стороне?
2. Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?
3. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.
4. Каждое из n данных чисел, выписанных вдоль окружности, было равно единице или минус единице. Между каждыми двумя соседними числами написали их произведение, а сами числа после этого стёрли. Сумма оставшихся n произведений оказалась равна нулю. Докажите, что n делится на четыре.
5. На столе лежали две колоды, по 36 карт в каждой. Первую колоду перетасовали и положили на вторую. Затем для каждой карты первой колоды посчитали количество карт между ней и такой же картой второй колоды (т. е. сколько карт между семерками червей, между дамами пик, и т. д.). Чему равна сумма 36 полученных чисел?
6. По кругу расставлены красные и синие числа. Каждое красное число равно сумме соседних чисел, а каждое синее — полусумме соседних чисел. Докажите, что сумма красных чисел равна нулю.
7. Саша начертил квадрат размером 6×6 клеток и поочередно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрасненных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма. (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону).
8. Ровно 19 вершин правильного 97-угольника покрашено в белый цвет, остальные вершины покрашены в чёрный. Докажите, что число равнобедренных одноцветных треугольников с вершинами в вершинах 97-угольника не зависит от способа раскраски.