Геометрические неравенства

1. Есть два отрезка, длины которых равны a и b. Известно, что существует треугольник со сторонами $a + 5b$, $5a + 6b$ и $3a + 2b$. Что больше: a или b?

2. Пусть BD — биссектриса треугольника ABC. Докажите, что $AB > AD$ и $CB > CD$.

3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $\angle A = \angle B$, а $\angle D > \angle C$. Докажите, что $BC > AD$. *Не забудьте про случаи.*

4. Докажите, что медиана треугольника меньше полусуммы длин сторон, между которыми заключена и больше их полуразности.

5. На сторонах AB и BC треугольника ABC с $\angle C = 40°$ выбраны точки D и E соответственно такие, что $\angle BED = 20°$. Докажите, что $AC + EC > AD$.

6. В треугольнике ABC $\angle A = 121°$. На стороне BC отмечены точки N и S такие, что $BN = NS = SC = m$. Докажите, что неравенства $AN > m$ и $AS > m$ не могут выполняться одновременно.

7. В треугольнике ABC $\angle A = 60°$. Докажите, что $2BC + AC > 2AB$.

8. Длины всех сторон выпуклого пятиугольника равны, а все углы различны. Докажите, что самый большой и самый маленький углы пятиугольника прилегают к одной его стороне.

9. В четырёхугольнике $ABCD$ выполняются равенства углов: $\angle BAC = \angle BCA = \angle DAC = 30°$. На его диагонали AC отмечена точка E такая, что $AC \perp DE$ и $AE = 2CE$. Докажите, что $AD + AE > 2BD$.