

Треугольники и параллельные прямые

1. Даны точки A , B , C и D такие, что отрезки AC и BD пересекаются в точке E . Отрезок AE на 1 см короче, чем отрезок AB , $AE = DC$, $AD = BE$, $\angle ADC = \angle DEC$. Найдите длину EC .
2. Докажите, что если в треугольнике медиана совпадает с биссектрисой, то он равнобедренный.
3. В треугольнике ABC на стороне AC отмечены точки D и E так, что $AD = DE = EC$. Может ли так оказаться, что $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$?
4. В треугольнике ABC отметили середину стороны BC — точку M . Пусть P — середина AM , а E — точка пересечения прямой CP со стороной AB . Известно, что $BM = BP$. Докажите, что $AE = EP$.
5. Отрезки AC и BD пересекаются в точке O . Периметр треугольника ABC равен периметру треугольника ABD , а периметр треугольника ACD равен периметру треугольника BCD . Найдите длину AO , если $BO = 10$.
6. В треугольнике ABC $AC = 1$, $AB = 2$, I — точка пересечения биссектрис углов B и C . Отрезок, проходящий через точку I параллельно стороне BC , пересекает стороны AC и AB в точках K и M соответственно. Найдите периметр треугольника AKM .
7. На стороне AC треугольника ABC нашлись такие точки K и L , что L — середина AK и BK — биссектриса угла LBC . Оказалось, что $BC = 2BL$. Докажите, что $KC = AB$.
8. Даны треугольник ABC и точки M и N такие, что середина отрезка BM совпадает с серединой стороны AC , а середина отрезка CN — с серединой стороны AB . Докажите, что точки M , N и A лежат на одной прямой.
9. В четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C равны. Биссектриса угла B пересекает прямую AD в точке P . Перпендикуляр к BP , проходящий через точку A , пересекает прямую BC в точке Q . Докажите, что прямые PQ и CD параллельны.