

Степень вхождения двойки

1. Докажите, что при любом чётном n степень вхождения двойки в C_n^2 меньше степени вхождения в n .
2. Даны три попарно различных натуральных числа a, b, c . Докажите, что число $(a + b)(b + c)(c + a)$ не может быть степенью двойки.
3. Петя нашёл сумму всех нечётных делителей некоторого чётного числа, а Вася — сумму всех чётных делителей этого числа. Может ли произведение этих двух чисел быть точным квадратом?
4. Может ли число $n!$ делиться на 2^n ?
5. Можно ли так подобрать три натуральных числа, чтобы их сумма квадратов была равна их удвоенному произведению?
6. Петя выбрал несколько последовательных натуральных чисел и каждое записал либо красным, либо синим карандашом (оба цвета присутствуют). Может ли сумма наименьшего общего кратного всех красных чисел и наименьшего общего кратного всех синих чисел являться степенью двойки?
7. Докажите, что число $1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/n$ не может быть целым.
8. На доске написано натуральное число n . Каждую минуту число на доске стирают и вместо него записывают $n/2$, если число было чётным, или $3n + 1$, если число было нечётным. Докажите, что в этой последовательности обязательно встретится число делящееся на 4.