Соответствия

1. Каких чисел среди шестизначных больше: тех, у которых каждая цифра больше предыдущей, или тех, у которых каждая цифра меньше предыдущей?

2. Среди автобусных билетов с номерами от 000000 до 999999 каких больше: счастливых (у которых сумма первых трёх цифр равна сумме последних трёх цифр) или билетов с суммой цифр 27?

3. В одном доме живут 19 мальчиков и одна девочка. Назовём компанией любую группу, состоящую из трёх или более детей из этого дома. Каких компаний больше: с девочкой или без девочки, и на сколько?

4. Дана шахматная доска. Её вертикали перенумерованы числами от 1 до 8, а горизонтали обозначены латинскими буквами от a до h. Рассматриваются покрытия доски доминошками. Каких разбиений больше — тех, которые содержат доминошку $a1 - a2$, или тех, которые содержат доминошку $b2$–$b3$?

5. Дан выпуклый n-угольник такой, что никакие три его диагонали не пересекаются в одной точке. Найдите количество точек пересечения диагоналей данного многоугольника (не являющихся вершинами многоугольника).

6. Докажите, что суммарное количество цифр в десятичной записи чисел $1, 2, 3, \ldots, 10^k$ равно суммарному количеству нулей в десятичной записи чисел $1, 2, 3, \ldots, 10^{k+1}$.

7. В школе учатся 400 человек, из них 200 двоечников и 200 отличников. На Новый Год Дед Мороз привёз мешок, в котором есть 800 конфет «Миндаль Иванович». Он хочет раздать их все детям, причём каждый двоечник должен получить не больше одной конфеты, а каждый отличник — хотя бы 2 конфеты, причём чётное количество. Директор школы решил, кроме того, поощрить отличников, подготовив 600 мандаринов, которые хочет раздать так, чтобы каждому отличнику досталось не менее одного. У кого больше способов раздать свои подарки?

8. **(а)** Докажите, что количество разбиений числа n в сумму не более чем k слагаемых, равно количеству разбиений числа n в сумму слагаемых, не превосходящих k.
(б) Докажите, что количество разбиений числа n в сумму нескольких слагаемых, равно количеству разбиений числа $2n$ в сумму ровно n слагаемых.

Разбиения отличающиеся перестановкой слагаемых считаются одинаковыми.

9. Докажите, что при любом натуральном n уравнения $x^2+y^2 = n$ и $x^2+y^2 = 2n$ имеют одинаковое количество решений в целых числах.