

Сосисочный разнобой

1. Есть 111 одинаковых на вид сарделек, одна из которых хочет стать сосиской, поэтому начала худеть и уже стала весить меньше сардельки. За одно взвешивание на чашечных весах, которые не умеют показывать равновесие, можно взвесить по 55 сарделек на каждой чаше. Если какая-то чаша весит меньше, то весы это покажут. Если чаши весят поровну, то весы покажут, что какая-то из них перевешивает (какая именно — не известно). Можно ли определить, какая из сарделек села на диету?
2. В магазине «Центр сосисочного мастерства» осталось всего 33 сосиски разных производителей и с разными начинками. Для каждой сосиски продавец записал в тетрадь, сколько из оставшихся сосисок имеют того же производителя, а сколько — ту же начинку. Оказалось, что среди написанных чисел встречаются все целые от 0 до 10 включительно. Докажите, что есть две сосиски, с одинаковыми производителями и начинками.
3. В холодильнике собрались 100 сосисок-канибалов, и они начали друг друга есть. Оказалось, что среди любых 10 найдётся одна, оказавшаяся в желудке у другой. Докажите, что найдётся цепочка из 12 вложенных сосисок.
4. Двадцать сосисок и десять сарделек соединены в цепочку в произвольном порядке. Две собаки хотят перекусить цепочку в нескольких местах соединений так, чтобы можно было поделить получившиеся части поровну (по десять сосисок и пять сарделек каждой собаке). Какого наименьшего количества перекусываний им заведомо хватит?
5. Имеется 100 сосисок и 100 сарделек, их массы в каком-то порядке равны 1, 2, ..., 200 грамм, причём суммарный вес сосисок равен суммарному весу сарделек. Для каждой сосиски посчитали, сколько сарделек весят меньше неё, 100 полученных чисел просуммировали. Аналогичную операцию проделали с сардельками. Докажите, что получилось два равных числа.
6. По окружности расположена (а) 101; (б) 100 сосиска или сарделька. Если рядом лежит две сосиски, то их можно заменить на две сардельки и наоборот. Сколько имеется вариантов расположения сосисок и сарделек, которые нельзя получить друг из друга описанными операциями?
7. Два кота украли 12345 сосисок, соединённых в 99 цепочек (цепочек из одной сосиски нет). Каждый из них своим ходом может перекусить перемычку между двумя сосисками и съесть все образовавшиеся одиночные сосиски. Выигрывает кот, съевший больше сосисок. Кто выигрывает при правильной игре?