

## Выпуклая оболочка

**Напоминание.** Фигура называется *выпуклой*, если для любых двух её точек отрезок, соединяющий эти точки, целиком принадлежит фигуре. *Выпуклой оболочкой* фигуры называется наименьшее выпуклое множество, содержащее данную фигуру.

1. На плоскости дано  $n > 4$  точек. Известно, что любые четыре из них являются вершинами выпуклого четырёхугольника. Докажите, что  $n$  точек являются вершинами выпуклого  $n$ -угольника.
2. На плоскости даны 6 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что найдётся угол с вершинами в этих точках, не превосходящий  $30^\circ$ .
3. На плоскости отмечены  $N$  точек. Любые три из них образуют треугольник, величины углов которого в градусах выражаются натуральными числами. При каком наибольшем  $N$  это возможно?
4. Даны  $n$  точек на плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Через каждую пару точек проведена прямая. Какое минимальное число попарно непараллельных прямых может быть среди них?
5. На плоскости расположено несколько правильных  $n$ -угольников. Какое наименьшее количество углов может содержать их выпуклая оболочка?
6. Внутри выпуклого стоугольника отметили  $k$  точек,  $2 \leq k \leq 50$ . Докажите, что можно выбрать  $2k$  вершин стоугольника так, чтобы все отмеченные точки лежали внутри  $2k$ -угольника, образованного выбранными точками.
7. На плоскости даны  $3n - 1$  точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что можно выбрать  $2n$  из этих точек так, чтобы их выпуклая оболочка не была треугольником.