

Тригонометрия

1. Существует ли такое значение x , что выполняется равенство

$$\arcsin^2 x + \arccos^2 x = 1?$$

2. Тангенсы углов треугольника — целые числа. Чему они могут быть равны?
3. Каждое из чисел x , y и z равно косинусу суммы двух остальных. Докажите, что $x = y = z$.

4. Для углов α , β , γ справедливо равенство $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma \geq 2$. Докажите, что

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq \sqrt{5}.$$

5. Кривая на плоскости в некоторой декартовой системе координат служит графиком функции $y = \sin x$. Может ли та же кривая являться графиком функции $y = \sin^2 x$ в другой декартовой системе координат?

6. Известно число $\cos \alpha$. Какое наибольшее число значений может принимать $\cos \frac{\alpha}{2022}$?

7. На плоскости даны оси координат с одинаковым, но не обозначенным масштабом и график функции $y = \sin x$, $x \in (0; \alpha)$. Как с помощью циркуля и линейки построить касательную к этому графику в заданной его точке, если

$$\text{(а)} \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right); \quad \text{(б)} \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)?$$

8. При каких натуральных n для любых чисел α , β , γ , являющихся величинами углов остроугольного треугольника, справедливо неравенство

$$\sin n\alpha + \sin n\beta + \sin n\gamma < 0?$$