

Везде речь идёт про десятичную запись числа. За $S(x)$ обозначена сумма цифр числа x .

1. Пусть t — произвольное натуральное число. Докажите, что найдётся кратное t число, в котором всех цифр $0, 1, \dots, 9$ поровну.

2. а) Докажите, что для любого натурального k найдётся число, состоящее из нечётных цифр и кратное 5^k .

б) Докажите, что для любого нечётного t найдётся число, состоящее из нечётных цифр и кратное t .

3. Пусть $a = \underbrace{111 \dots 11}_m$. Докажите, что если $b \div a$, то $S(b) \geq m$.

4. Пусть d — произвольная последовательность цифр. Докажите, что существует бесконечно много степеней двойки, начинающихся с d .

5. Существуют ли 10^3 подряд идущих натуральных чисел, каждое из которых делится на сумму своих цифр?

6. Докажите, что для любого натурального n существует n -значное число, состоящее из ненулевых цифр, делящееся на сумму своих цифр.

7. Докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S(n!) = \infty.$$

8. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n таких, что

а) $S(3^n) \geq S(3^{n+1})$;

б) $S(2^n) \geq S(2^{n+1})$.

9. Верно ли, что среди любых 10^6 подряд идущих натуральных чисел найдётся число, делящееся на сумму своих цифр?