

Разнойой перед майскими

1. Вася задумал три натуральных числа с суммой 1003. Вычислив их произведение, Вася заметил, что оно заканчивается на N нулей. Какое наибольшее значение может принимать N ?
2. Натуральное число $1 \leq n \leq 221$ назовём *удачным*, если при делении 221 на n остаток нацело делится на неполное частное (при этом остаток может быть равен 0). Сколько всего удачных чисел?
3. В стране 110 городов. Между каждыми двумя из них либо есть дорога, либо её нет. Автомобилист находился в некотором городе, из которого вела ровно одна дорога. Проехав по дороге, он оказался во втором городе, из которого вели уже ровно две дороги. Проехав по одной из них, он оказался в третьем городе, из которого вели уже ровно три дороги, и так далее. В какой-то момент, проехав по одной из дорог, он оказался в N -м городе, из которого вели уже ровно N дорог. На этом автомобилист своё путешествие прекратил. (Для каждого $2 \leq k \leq N$ из k -го города выходило ровно k дорог с учётом той, по которой автомобилист в этот город приехал.)
Какое наибольшее значение может принимать N ?
4. В клетках таблицы $n \times n$ некоторым образом расставлены плюсы и минусы. За ход можно изменить знак во всех клетках любого «креста», то есть объединения некоторых строки и столбца. При каких n , вне зависимости от начальной расстановки, за несколько ходов можно получить таблицу, во всех клетках которой стоят плюсы.
5. В каждой клетке таблицы $n \times n$ стоят минусы. За один ход можно поменять знаки в одной фигуре Z -тетрамино. При каких n можно получить таблицу со всеми плюсами?
6. При каком наименьшем натуральном a на числовом интервале $(a, 3a)$ находится ровно 50 точных квадратов?
7. Квадрат 9×9 разбит на 81 единичную клетку. Некоторые клетки закрашены, причём расстояние между центрами любых двух закрашенных клеток больше 2. Докажите, что максимальное количество клеток, которое может быть закрашено, равно 17.