

## Множества и информация

1. Пусть  $M$  — конечное множество чисел. Известно, что среди любых трёх его элементов найдутся два, сумма которых принадлежит  $M$ . Какое наибольшее число элементов может быть в  $M$ ?
2. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев должно пройти, чтобы каждые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?
3. Джин спрятал золото в 5 сундуках из 9 (остальные 4 — пустые). Аладдин может задавать любые вопросы, предполагающие ответы «да» или «нет». За какое наименьшее число вопросов он может определить все сундуки, в которых есть золото?
4. В 80-элементном множестве  $A$  выбрано несколько трёхэлементных подмножеств так, что любые два выбранных подмножества пересекаются не более, чем по одному элементу. Докажите, что существует подмножество множества  $A$ , состоящее из 13 элементов и не содержащее ни одного из выбранных трёхэлементных подмножеств.
5. Одиннадцати мудрецам завязывают глаза и надевают каждому на голову колпак одного из 1000 цветов. После этого им глаза развязывают, и каждый видит все колпаки, кроме своего. Затем одновременно каждый показывает остальным одну из двух карточек — белую или чёрную. После этого все должны одновременно назвать цвет своих колпаков. Удастся ли это?
6. В языке племени АУ две буквы — «а» и «у». Некоторые последовательности этих букв являются словами, причём в каждом слове не меньше одной и не больше 13 букв. Известно, что если написать подряд любые два слова, то полученная последовательность букв не будет словом. Найдите максимальное возможное количество слов в таком языке.
7. В Думе 1600 депутатов, которые образовали 16000 комитетов по 80 человек в каждом. Докажите, что найдутся два комитета, имеющие не менее четырёх общих членов.