

Кооперативные алгоритмы

- (а)** Алисе и Бобу надевают на голову шляпу. Каждая из шляп может быть чёрной или белой. Каждый видит чужую шляпу, но никто не видит при этом своей шляпы. После этого по команде одновременно каждый из них должен назвать цвет — «чёрный» или «белый». Если хоть один из них угадал цвет своей шляпы — они выиграли. Перед тем как всё это произойдет, им дали возможность посоветоваться. Как им следует действовать, чтобы в любой ситуации выиграть?

(б) А удалось ли бы им выиграть, если бы цветов было три, а не два?

(в) Докажите, что из n людей при n цветах можно договориться так, чтобы хотя бы один угадал.

(г) А если цветов больше, чем людей — то нельзя.
- Переаттестация Совета Мудрецов происходит так: король выстраивает их в колонну по одному и надевает каждому колпак одного из 100 цветов. Все мудрецы видят цвета всех колпаков впереди стоящих мудрецов, а цвет своего и всех стоящих сзади не видят. Раз в минуту один из мудрецов должен выкрикнуть один из цветов (каждый мудрец выкрикивает цвет один раз). После окончания этого процесса король казнит каждого мудреца, выкрикнувшего цвет, отличный от цвета его колпака. Накануне переаттестации все сто членов Совета Мудрецов договорились и придумали, как минимизировать число казненных. Скольким из них гарантированно удастся избежать казни?
- Алисе и Бобу на лбу написали по одному рациональному числу. После этого каждый из них должен написать на бумажке конечный набор рациональных чисел. Каждый видит число на лбу у другого, но не своё. Могут ли они так договориться заранее, чтобы в наборе хотя бы одного из них встретилось его число?
- Султан устроил экзамен 11 придворным мудрецам. По правилу экзамена султан размещает 10 мудрецов в 10 ям, расположенных по кругу, и еще одного мудреца сажает на вышку в центре круга. На лбу у каждого из первых 10 мудрецов султан пишет число 1 или 2; на лбу у центрального мудреца султан пишет число от 1 до 1024. Мудрец на вышке видит числа на всех остальных мудрецах, а те видят его число (но не видят друг друга). Все мудрецы должны одновременно попытаться угадать свои числа. Султан заранее объяснил мудрецам правила экзамена и дал им время посоветоваться до начала экзамена. Могут ли мудрецы действовать так, чтобы хотя бы один из них заведомо угадал свое число?
- Одиннадцати мудрецам завязывают глаза и надевают каждому на голову колпак одного из 1000 цветов. После этого им глаза развязывают, и каждый видит все колпаки, кроме своего. Затем одновременно каждый показывает остальным одну из двух карточек — белую или чёрную. После этого все должны одновременно назвать цвет своих колпаков. Удастся ли это?

6. Пусть есть n людей и шляпы n цветов, все видят цвета всех, остальных, кроме одного исключения: Алисе запрещено смотреть на Боба. Есть ли у них такая стратегия, чтобы хотя бы один гарантированно угадал свой цвет?
7. За круглым столом сидят 99 мудрецов, а также есть 50 чёрных и 50 белых шляп. Ведущий прячет одну шляпу, а остальные надевает на головы мудрецам. Все видят всех и одновременно называют цвета.
- (а) Могут ли свой цвет гарантированно угадать 75 мудрецов?
- (б) 74 мудреца?