

Дистанционная олимпиада — 1

1. На шахматной доске стоят $n > 6$ коней. Известно, что какие 6 коней ни выбрать, среди них найдутся два, бьющих друг друга. Найдите наибольшее возможное значение n .
2. Существуют ли различные натуральные a и b , большие 1, такие, что

$$\text{НОД}(a, b) = d,$$

$$\text{НОД}(a + 1, b + 1) = d + 1,$$

$$\text{НОД}(a + 2, b + 2) = d + 2,$$

...

$$\text{НОД}(a + 2021, b + 2021) = d + 2021?$$

3. Высоты, проведённые из вершин A, B и C остроугольного треугольника ABC , пересекают стороны треугольника в точках A_1, B_1, C_1 соответственно, а также пересекают описанную окружность в точках A_2, B_2, C_2 соответственно. Прямая A_1C_1 пересекает описанные окружности треугольников AC_1C_2 и CA_1A_2 в точках P и Q , отличных от A_1 и C_1 . Докажите, что окружность PQB_1 касается прямой AC .