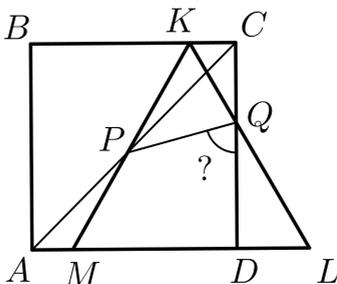
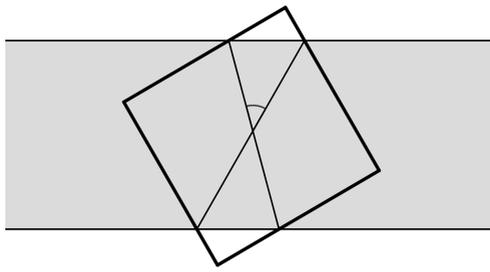


Биссектрисы и высоты

1. Квадрат $ABCD$ и равносторонний треугольник MKL расположены так, как это показано на рисунке. Найдите угол PQD .



2. Биссектрисы углов A и B четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P , а биссектрисы углов C и D пересекаются в точке Q . Выразите угол между прямой PQ и стороной AB через углы четырёхугольника.
3. В треугольнике ABC с углом B , равным 120° , проведены биссектрисы AA_1 , BB_1 и CC_1 . Найдите угол $A_1B_1C_1$.
4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . Пусть I , I_1 и I_2 — центры вписанных окружностей треугольников ABC , ACH и BCH соответственно. Докажите, что $CI = I_1I_2$.
5. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина стороны CD . Через точку C проведён перпендикуляр к прямой BM , а через точку M — перпендикуляр к диагонали BD . Докажите, что два проведённых перпендикуляра пересекаются на прямой AD .
6. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Перпендикуляр, опущенный из точки A на сторону CD , проходит через середину диагонали BD , а перпендикуляр, опущенный из точки D на сторону AB , проходит через середину диагонали AC . Докажите, что трапеция равнобокая.
7. Про выпуклый четырёхугольник $ABCD$ известно, что $AB = BC = CD$, его диагонали пересекаются в точке O , а продолжения сторон AB и CD — в точке K . Из точки O опущен перпендикуляр OH на прямую BC . Докажите, что $BK + BH = CK + CH$.
8. На полосу наложили квадрат, сторона которого равна ширине полосы, так, что его граница пересекает границы полосы в четырёх точках. Докажите, что две прямые, проходящие крест-накрест через эти точки, пересекаются под углом 45° .



9. Прямая ℓ проходит через вершину B квадрата $ABCD$ так, что квадрат целиком лежит по одну сторону относительно прямой. Из вершин A и C на прямую ℓ опущены перпендикуляры AH и CK . Прямые CH и AK пересекаются в точке Z . Докажите, что $DZ \perp \ell$.