

Обобщённый принцип Дирихле

Обобщенный принцип Дирихле. Если рассадить $nk + 1$ кроликов по k клеткам, найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы $n + 1$ кролик.

1. Обязательно ли среди двадцати пяти монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 5 или 10 руб.) найдётся семь монет одинакового достоинства?
2. В Москве проживает более 10 000 000 человек. На голове у каждого человека не может быть более 300 000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.
3. Квадрат 8×8 разрезали по линиям сетки на 11 прямоугольников так, что длина каждой стороны любого прямоугольника не меньше, чем две клетки. Докажите, что среди этих прямоугольников есть квадрат.
4. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Правда ли, что обязательно найдется пара фишек, соседствующих по стороне или диагонали?