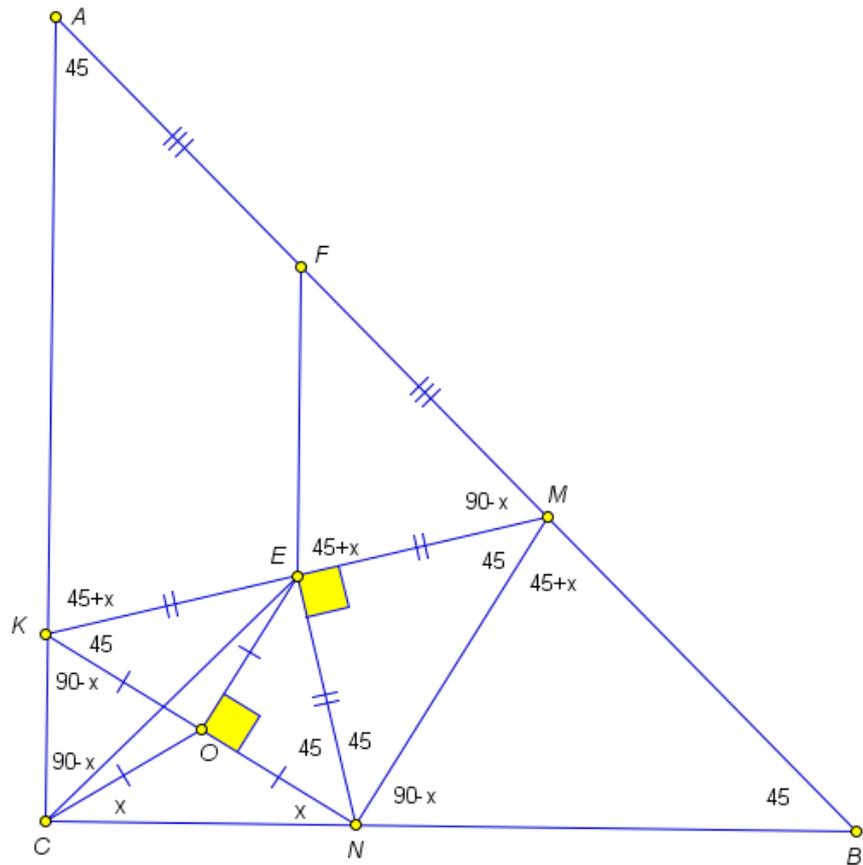


### Решение № 26

Пусть  $E$  – середина  $KM$ ,  $F$  – середина  $AM$ ,  $O$  – середина  $KN$ .  $EF$  средняя линия треугольника  $AKM$  и  $EF = 1/2 \cdot AK$ , т. е. достаточно доказать, что  $EF = CN$ .

Так как  $KMN$  прямоугольный и равнобедренный, то  $\angle NKE = 45^\circ = \angle NMK$ ,  $NE$  перпендикулярно  $KM$  и  $NE = KE = EM$ . В прямоугольных треугольниках  $KEN$  и  $KCN$  проведем медианы к гипотенузе  $EO$  и  $CO$ , тогда  $KO = ON = CO = OE$ . Пусть  $\angle KNC = x$ , тогда  $\angle NCO = x$ , тогда  $\angle KCO = 90 - x = \angle CKO$ , из смежности имеем, что  $\angle AKM = 45 + x$ , а значит  $FE \parallel AK$  получаем, что  $\angle FEM = 45 + x$ . Хочется доказать, что треугольник  $MEF$  равен треугольнику  $CNE$ . У нас есть  $NE = ME$  и  $\angle ENC = 45 + x = \angle EFM$  надо получить второй равный угол. Из суммы углов треугольника  $EMC$  имеем, что  $\angle FME = 90 - x$ . Найдем угол  $NCE$ . Т.к.  $KO = ON = CO = OE$ , а значит  $\angle ECO = \angle CEO$ , и по сумме углов треугольника  $ECN$  получаем, что  $\angle ECO = 45 - x$  и значит  $\angle NCE = 90 - x$ , следовательно треугольники  $MEF$  и  $CNE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $\angle NCE = \angle FME$ ,  $\angle ENC = 45 + x = \angle EFM$ ,  $NE = ME$ ) и  $EF = CN = 1/2 \cdot AK$ .



### Решение задачи с обложки

Построим точку  $O$  внутри многоугольника так, чтобы треугольник  $BCO$  был правильным. Тогда  $\angle ABO = 140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$  и значит  $AF \parallel BO$  из односторонних углов ( $\angle ABO + \angle FAB = 180^\circ$ ). Значит  $ABOF$  является параллелограммом, т.к.  $AF = BO$  и  $AF \parallel BO$ . Из свойств параллелограмма  $\angle BOF = \angle FAB = 100^\circ$  и  $OF = AB$ .

Рассмотрим четырехугольник  $CDEO$ . У него  $\angle CDO = 110^\circ - 60^\circ = 50^\circ$ , а значит  $CO \parallel DE$  из односторонних углов (т.к.  $\angle DCO + \angle CDE = 180^\circ$ ) и  $CDOE$  является параллелограммом, т.к.  $DE = CO$ ,  $DE \parallel CO$ . Из свойств параллелограмма  $\angle COE = \angle CDE = 130^\circ$  и  $OE = CD$ .

Таким образом  $OFE$  равнобедренный треугольник и углом при вершине  $\angle FOE = 360^\circ - 100^\circ - 60^\circ - 130^\circ = 70^\circ$ , значит  $\angle OFE = \angle OEF = (180 - 70) : 2 = 55^\circ$ . Следовательно  $\angle F = 135^\circ$ ,  $\angle E = 105^\circ$

