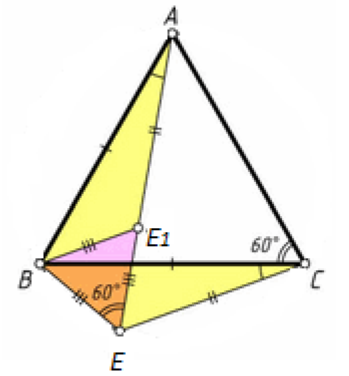

Решение №25

Докажем в первую сторону. Пусть $\angle BEC$=120º и докажем, что $BE + EC=AE$.
Воспользуемся №23 из задач недели. Вот он:
Точка D вне треугольника ABC такова, что BD=CD и $\angle ABD+\angle ACD=180^o$.
Докажите, что $\angle BAD=\angle DAC$.
Из него получаем, что для треугольника BEC таковой является точка A, а значит $\angle BEA=\angle AEC=60^o$. Отложим на луче AE отрезок EE_1, равный отрезку BE. Тогда получаем, что треугольник BEE_1 равнобедренный с углом 60º, а значит является равносторонним. Из того имеем, что $BE_1=BE=EE_1$ и $\angle ABE_1=\angle CBE=\angle ABE-60^o$. Тогда треугольники BEC и ABE_1 равны по первому признаку ($BE=BE_1$, AB=BC, $\angle ABE_1=\angle CBE$). Таким образом $AE_1= CE$ и значит $BE+EC=AE$.
Докажем во вторую сторону. Пусть $BE + EC=AE$ и докажем, что $\angle BEC$=120º. Выберем точку E_2 так чтобы $\angle BEE_2=60^o$ и $BE=EE_2$. Тогда получаем, что треугольник BEE_2 равнобедренный с углом 60º, а значит является равносторонним и получаем, что $BE_2=BE=EE_2$ и $\angle ABE_2=\angle CBE=\angle ABE-60^o$. Значит треугольники BEC и ABE_2 равны по первому признаку ($BE=BE_2$, AB=BC, $\angle ABE_2=\angle CBE$). Таким образом $AE_2= CE$, а значит по неравенству треугольник $EE_2+AE_2\geq AE$, а т. к. у нас достигается равенство, то точки A,E, E_2 лежат на одной прямой, т. е. $\angle AE_2B=120^o=\angle BEC$ что и требовалось доказать.

№26

Равнобедренные прямоугольные треугольники ABC и MNK ($\angle C=\angle N=90^o$) расположены так, что M, N и K принадлежат соответственно сторонам AB, BC и CA. Докажите, что $AK=2CN$.