

## Телескопические суммы

1. Найдите сумму  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2019 \cdot 2020}$ .
2. Найдите произведение  $(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 + \frac{1}{2020})$ .
3. Найдите суммы
  - а)  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{2017 \cdot 2020}$ ;
  - б)  $\frac{2^2}{1 \cdot 3} + \frac{4^2}{3 \cdot 5} + \frac{6^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2020^2}{2019 \cdot 2021}$ .
4. Найдите сумму  $1!1 + 2! \cdot 2 + 3! \cdot 3 + \dots + 100! \cdot 100$
5. Найдите значение выражений:
  - а)  $(1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + 2019 \cdot 2021) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2020^2)$ ;
  - б)  $(1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + 2019 \cdot 2021) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2019^2)$ ;
6. На тараканьих бегах 20 тараканов выбегают друг за другом с интервалом в одну минуту и бегут с постоянными скоростями. Второй догнал первого через 2 минуты после своего старта, третий догнал второго через 3 минуты после своего старта, и так далее, двадцатый догнал девятнадцатого через 20 минут после своего старта. Через сколько минут после своего старта двадцатый таракан догнал первого?
7. Число назовём *хорошим*, если его можно представить в виде  $1 + 1/k$ , где  $k$  — некоторое натуральное число. Докажите, что каждое натуральное  $n > 1$  можно записать в виде произведения  $n$  различных хороших чисел.
8. Назовём натуральное число почти квадратом, если оно равно произведению двух последовательных натуральных чисел. Докажите, что каждый почти квадрат можно представить в виде частного двух почти квадратов.

### Домашнее задание

9. Найдите произведение  $(1 - \frac{1}{4}) \cdot (1 - \frac{1}{9}) \cdot (1 - \frac{1}{16}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{2020^2})$ .
10. Найдите сумму  $\frac{1}{1^2 \cdot 3^2} + \frac{2}{3^2 \cdot 5^2} + \frac{3}{5^2 \cdot 7^2} + \dots + \frac{1010}{2019^2 \cdot 2021^2}$ .

## Телескопические суммы

1. Найдите сумму  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2019 \cdot 2020}$ .
2. Найдите произведение  $(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot \dots \cdot (1 + \frac{1}{2020})$ .
3. Найдите суммы
  - а)  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{2017 \cdot 2020}$ ;
  - б)  $\frac{2^2}{1 \cdot 3} + \frac{4^2}{3 \cdot 5} + \frac{6^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2020^2}{2019 \cdot 2021}$ .
4. Найдите сумму  $1!1 + 2! \cdot 2 + 3! \cdot 3 + \dots + 100! \cdot 100$
5. Найдите значение выражений:
  - а)  $(1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + 2019 \cdot 2021) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2020^2)$ ;
  - б)  $(1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + 2019 \cdot 2021) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2019^2)$ ;
6. На тараканьих бегах 20 тараканов выбегают друг за другом с интервалом в одну минуту и бегут с постоянными скоростями. Второй догнал первого через 2 минуты после своего старта, третий догнал второго через 3 минуты после своего старта, и так далее, двадцатый догнал девятнадцатого через 20 минут после своего старта. Через сколько минут после своего старта двадцатый таракан догнал первого?
7. Число назовём *хорошим*, если его можно представить в виде  $1 + 1/k$ , где  $k$  — некоторое натуральное число. Докажите, что каждое натуральное  $n > 1$  можно записать в виде произведения  $n$  различных хороших чисел.
8. Назовём натуральное число почти квадратом, если оно равно произведению двух последовательных натуральных чисел. Докажите, что каждый почти квадрат можно представить в виде частного двух почти квадратов.

### Домашнее задание

9. Найдите произведение  $(1 - \frac{1}{4}) \cdot (1 - \frac{1}{9}) \cdot (1 - \frac{1}{16}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{2020^2})$ .
10. Найдите сумму  $\frac{1}{1^2 \cdot 3^2} + \frac{2}{3^2 \cdot 5^2} + \frac{3}{5^2 \cdot 7^2} + \dots + \frac{1010}{2019^2 \cdot 2021^2}$ .