Комбинаторный разнобой.

1. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев необходимо учителю, чтобы любые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?
2. Сфинкс загадал три произвольных натуральных числа x, y, z. Если путник назовёт Сфинксу три натуральных числах a, b и c, то сфинкс скажет ему, чему равно $ax+by+cz$. Как за два вопроса путник может угадать числа Сфинкса?
3. Эльф нашёл n вкусных конфет. Но его друг проказник, подменил одну деревяшкой в фантике (деревяшка весит больше, чем конфета). В распоряжении эльфа есть только платные весы. Если одна чаша перевешивает другую, то эльф должен будет заплатить 1 рубль и 2 рубля в случае равновесия. При каком наибольшем n можно найти фальшивую конфету, заплатив не более 5 рублей?
4. У Кости было два набора по 17 монет: в одном наборе все монеты настоящие, а в другом наборе ровно 5 фальшивых (все монеты выглядят одинаково; все настоящие монеты весят одинаково, все фальшивые тоже весят одинаково, но неизвестно, легче или тяжелее настоящих). Один из наборов Костя отдал другу, а впоследствии забыл, какой именно из двух наборов у него остался. Может ли Костя при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь выяснить, какой именно из двух наборов он отдал?
5. У царя Гиерона есть 11 металлических слитков, неразличимых на вид; царь знает, что их веса (в некотором порядке) равны 1, 2, . . . , 11 кг. Ещё у него есть мешок, который порвётся, если в него положить больше 11 кг. Архимед узнал веса всех слитков и хочет доказать Гиерону, что первый слиток имеет вес 1 кг. За один шаг он может загрузить несколько слитков в мешок и продемонстрировать Гиерону, что мешок не порвался (рвать мешок нельзя!). За какое наименьшее число загрузок мешка Архимед может добиться требуемого?
6. На доске записаны числа 1, 2, ..., 2017, любые 2 числа разрешается заменять на их среднее арифметическое. Какие целые числа могут остаться после 2016 операций?
7. На шахматной доске 8×8 стоит 50 пешек. Разрешается выбрать квадрат 2×2,в котором стоит единственная пешка, и снять ее. Докажите, что не удастся снять все пешки.
8. Есть таблица 15×100 (15 столбцов, 100 строк). В каждой строке в какихто двух клетках стоит по фишке. Каждая следующая строка отличается от предыдущей положением ровно одной фишки: та сдвигается либо вправо, либо влево на одну клетку. Докажите, что есть две строки, в которых фишки стоят на одинаковых позициях.
9. 40 членов жюри подбирают вторую задачу для городской олимпиады 9 класса. У них есть список из 30 задач. Они договорились поставить в вариант задачу, которую умеют решать не менее половины членов жюри, но не все. Каждый из членов жюри умеет решать 26 задач, причем любые два умеют решать разные наборы задач. Докажите, что они смогут найти подходящую задачу.

Комбинаторный разнобой.

1. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев необходимо учителю, чтобы любые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?
2. Сфинкс загадал три произвольных натуральных числа x, y, z. Если путник назовёт Сфинксу три натуральных числах a, b и c, то сфинкс скажет ему, чему равно $ax+by+cz$. Как за два вопроса путник может угадать числа Сфинкса?
3. Эльф нашёл n вкусных конфет. Но его друг проказник, подменил одну деревяшкой в фантике (деревяшка весит больше, чем конфета). В распоряжении эльфа есть только платные весы. Если одна чаша перевешивает другую, то эльф должен будет заплатить 1 рубль и 2 рубля в случае равновесия. При каком наибольшем n можно найти фальшивую конфету, заплатив не более 5 рублей?
4. У Кости было два набора по 17 монет: в одном наборе все монеты настоящие, а в другом наборе ровно 5 фальшивых (все монеты выглядят одинаково; все настоящие монеты весят одинаково, все фальшивые тоже весят одинаково, но неизвестно, легче или тяжелее настоящих). Один из наборов Костя отдал другу, а впоследствии забыл, какой именно из двух наборов у него остался. Может ли Костя при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь выяснить, какой именно из двух наборов он отдал?
5. У царя Гиерона есть 11 металлических слитков, неразличимых на вид; царь знает, что их веса (в некотором порядке) равны 1, 2, . . . , 11 кг. Ещё у него есть мешок, который порвётся, если в него положить больше 11 кг. Архимед узнал веса всех слитков и хочет доказать Гиерону, что первый слиток имеет вес 1 кг. За один шаг он может загрузить несколько слитков в мешок и продемонстрировать Гиерону, что мешок не порвался (рвать мешок нельзя!). За какое наименьшее число загрузок мешка Архимед может добиться требуемого?
6. На доске записаны числа 1, 2, ..., 2017, любые 2 числа разрешается заменять на их среднее арифметическое. Какие целые числа могут остаться после 2016 операций?
7. На шахматной доске 8×8 стоит 50 пешек. Разрешается выбрать квадрат 2×2,в котором стоит единственная пешка, и снять ее. Докажите, что не удастся снять все пешки.
8. Есть таблица 15×100 (15 столбцов, 100 строк). В каждой строке в какихто двух клетках стоит по фишке. Каждая следующая строка отличается от предыдущей положением ровно одной фишки: та сдвигается либо вправо, либо влево на одну клетку. Докажите, что есть две строки, в которых фишки стоят на одинаковых позициях.
9. 40 членов жюри подбирают вторую задачу для городской олимпиады 9 класса. У них есть список из 30 задач. Они договорились поставить в вариант задачу, которую умеют решать не менее половины членов жюри, но не все. Каждый из членов жюри умеет решать 26 задач, причем любые два умеют решать разные наборы задач. Докажите, что они смогут найти подходящую задачу.