

Усреднение

1. По кругу расставлены 100 чисел, сумма любых 7 подряд идущих не меньше 1. Может ли сумма всех чисел быть отрицательной?
2. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?
3. Две окружности равного радиуса разделены на 100 равных дуг каждая. На каждой окружности 50 дуг покрашено в красный цвет, а 50 — в синий. Докажите, что окружности можно совместить наложением так, чтобы цвета дуг совпали хотя бы в 50 местах.
4. Докажите, что в любом графе можно удалить не более половины ребер так, чтобы он стал двудольным.
5. Дана система из нескольких лампочек и переключателей. Каждый переключатель соединен с несколькими лампочками; к каждой лампочке подключен хотя бы один переключатель. При нажатии на переключатель все лампочки меняют состояние: выключенные включаются, а включенные выключаются. Докажите, что нажав на несколько переключателей, можно добиться того, чтобы хотя бы половина всех лампочек была включена. Изначально все лампочки выключены.
6. Теперь лампочек ровно 99, каждая лампочка соединена с 25 переключателями, а всего переключателей 50. Докажите, что можно нажать на 17 различных переключателей так, чтобы загорелось хотя бы 50 лампочек.
7. У каждого из жителей города N знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идет на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно так провести выборы мэра города из двух кандидатов, что в них примет участие не менее половины жителей.

Усреднение

1. По кругу расставлены 100 чисел, сумма любых 7 подряд идущих не меньше 1. Может ли сумма всех чисел быть отрицательной?
2. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?
3. Две окружности равного радиуса разделены на 100 равных дуг каждая. На каждой окружности 50 дуг покрашено в красный цвет, а 50 — в синий. Докажите, что окружности можно совместить наложением так, чтобы цвета дуг совпали хотя бы в 50 местах.
4. Докажите, что в любом графе можно удалить не более половины ребер так, чтобы он стал двудольным.
5. Дана система из нескольких лампочек и переключателей. Каждый переключатель соединен с несколькими лампочками; к каждой лампочке подключен хотя бы один переключатель. При нажатии на переключатель все лампочки меняют состояние: выключенные включаются, а включенные выключаются. Докажите, что нажав на несколько переключателей, можно добиться того, чтобы хотя бы половина всех лампочек была включена. Изначально все лампочки выключены.
6. Теперь лампочек ровно 99, каждая лампочка соединена с 25 переключателями, а всего переключателей 50. Докажите, что можно нажать на 17 различных переключателей так, чтобы загорелось хотя бы 50 лампочек.
7. У каждого из жителей города N знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идет на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно так провести выборы мэра города из двух кандидатов, что в них примет участие не менее половины жителей.