

## Геометрические неравенства

1. Внутри треугольника  $ABC$  выбрана произвольная точка  $M$ . Докажите, что:  
(а)  $BM + CM < AB + AC$ ;  
(б) сумма расстояний от  $M$  до вершин треугольника больше полупериметра, но меньше периметра треугольника;  
(в) сумма расстояний от  $M$  до вершин треугольника не превосходит суммы двух наибольших сторон.
2. На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбрали точку  $D$ , а на его продолжении за вершину  $C$  — точку  $E$ , причем  $AD = CE$ . Докажите, что  $BD + BE > AB + BC$ .
3. Точки  $D$  и  $E$  делят сторону  $AC$  треугольника  $ABC$  на три равные части. Докажите, что  $BD + BE < AB + BC$ .
4. На стороне  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  нашлась такая точка  $M$ , что  $CM$  и  $BM$  параллельны  $AB$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что  $S_{ABCD} \geq 3S_{BCM}$ .
5. На стороне  $BE$  правильного треугольника  $ABE$  вне его построен ромб  $BCDE$ . Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $F$ . Докажите, что  $AF < BD$ .
6. Пусть  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $2\angle MON = \angle AOC$ . Докажите, что периметр треугольника  $MBN$  не меньше стороны  $AC$ .
7. Внутри выпуклого четырёхугольника  $ABCD$ , в котором  $AB = CD$ , выбрана точка  $P$  таким образом, что сумма углов  $PBA$  и  $PCD$  равна  $180^\circ$ . Докажите, что  $PB + PC < AD$ .
8. Центр описанной окружности треугольника лежит на вписанной окружности. Докажите, что отношение наибольшей стороны треугольника к наименьшей меньше 2.

## Геометрические неравенства

1. Внутри треугольника  $ABC$  выбрана произвольная точка  $M$ . Докажите, что:  
(а)  $BM + CM < AB + AC$ ;  
(б) сумма расстояний от  $M$  до вершин треугольника больше полупериметра, но меньше периметра треугольника;  
(в) сумма расстояний от  $M$  до вершин треугольника не превосходит суммы двух наибольших сторон.
2. На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбрали точку  $D$ , а на его продолжении за вершину  $C$  — точку  $E$ , причем  $AD = CE$ . Докажите, что  $BD + BE > AB + BC$ .
3. Точки  $D$  и  $E$  делят сторону  $AC$  треугольника  $ABC$  на три равные части. Докажите, что  $BD + BE < AB + BC$ .
4. На стороне  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  нашлась такая точка  $M$ , что  $CM$  и  $BM$  параллельны  $AB$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что  $S_{ABCD} \geq 3S_{BCM}$ .
5. На стороне  $BE$  правильного треугольника  $ABE$  вне его построен ромб  $BCDE$ . Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $F$ . Докажите, что  $AF < BD$ .
6. Пусть  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $2\angle MON = \angle AOC$ . Докажите, что периметр треугольника  $MBN$  не меньше стороны  $AC$ .
7. Внутри выпуклого четырёхугольника  $ABCD$ , в котором  $AB = CD$ , выбрана точка  $P$  таким образом, что сумма углов  $PBA$  и  $PCD$  равна  $180^\circ$ . Докажите, что  $PB + PC < AD$ .
8. Центр описанной окружности треугольника лежит на вписанной окружности. Докажите, что отношение наибольшей стороны треугольника к наименьшей меньше 2.